ГИА В ФОРМЕ ОГЭ

Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова

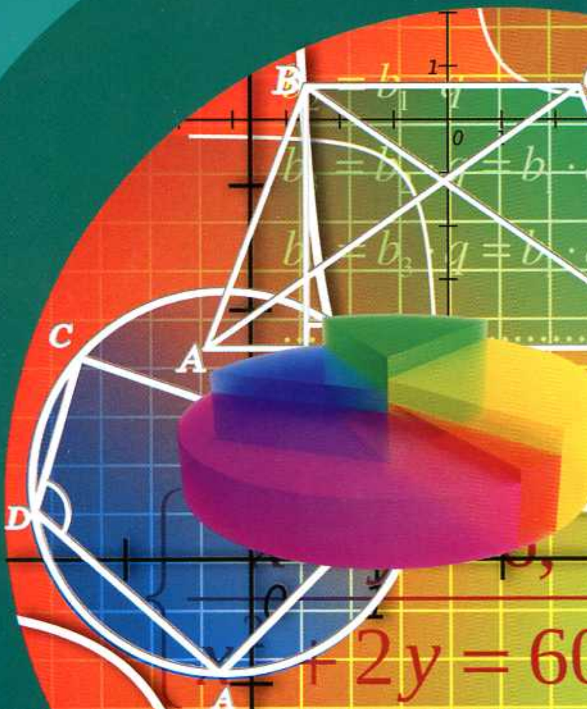
МАТЕМАТИКА

ПОДГОТОВКА К ГИА-2015

9 КЛАСС

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
«МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ГИА»

ЛЕГИОН ТМ



Учебные пособия издательства «Легион» допущены к использованию в образовательном процессе приказом Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009

Учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ГИА»

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

9 класс

ПОДГОТОВКА К ГИА-2015

ТМ
ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2014

ББК 22.14
М 34

Рецензенты: *Дерезин С. В.* — кандидат физико-математических наук,
Евич Л. Н. — кандидат физико-математических наук, доцент ДГТУ

Авторский коллектив:
Безуглова Г. С., Войта Е. А., Дрёмов В. А., Казьмин И. А., Ковалевская А. С., Коннова Е. Г., Нужа Г. Л., Ольховая Л. С., Опрышко Г. Г., Резникова Н. М., Сапожников О. В., Фридман Е. М., Ханин Д. И.

А 45 **Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2015** : учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2014. — 320 с. — (ГИА-9)

ISBN 978-5-9966-0560-6

В настоящее время государственная итоговая аттестация в форме ОГЭ (основного государственного экзамена) проводится **во всех регионах России**, поэтому предлагаемое пособие будет полезным для выпускников 9-х классов, а также для учителей, осуществляющих подготовку к ГИА.

Пособие включает **30 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по актуальной спецификации государственной итоговой аттестации за курс основной школы, и **сборник, содержащий около 700 задач**, которые иллюстрируют основные идеи контрольно-измерительных материалов по математике прошлых лет. К одному варианту тестов и к некоторым задачам сборника приведены **решения**, ко всем тестам и задачам — **ответы**.

Книга является частью учебно-методического комплекса **«Математика. Подготовка к ГИА»**, включающего такие книги, как «Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015», «Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2015», «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015. Учебно-тренировочные тесты» и др.

ББК 22.14

ISBN 978-5-9966-0560-6

Оглавление

От авторов

Пособие содержит необходимый материал для подготовки к ГИА в форме ОГЭ по математике:

- 30 новых авторских учебно-тренировочных тестов;
- задачник, включающий около 700 задач, иллюстрирующих основные идеи экзаменационных работ;
- краткий справочник по элементарной математике, содержащий теоретический материал, достаточный для решения всех заданий данного пособия.

К одному из вариантов приведено полное решение, к остальным даются ответы.

Справочная информация. ОГЭ — основной государственный экзамен — это главная и самая массовая форма государственной итоговой аттестации выпускников 9-х классов (ГИА-9). Для подавляющего большинства выпускников ГИА проводится в **форме основного государственного экзамена, сокращенно ОГЭ**. При этом, как и в предыдущие годы, используются контрольно-измерительные материалы (КИМ), разрабатываемые Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ) и содержащие стандартизированные задания.

Форма ОГЭ полностью соответствует структуре и содержанию тестовой формы выпускного экзамена в 9 классе, которая проводится в школах России под привычным названием «ГИА». Некоторые категории выпускников (дети-инвалиды, воспитанники специальных учреждений и др.) сдают **ГВЭ** (государственный выпускной экзамен в несколько облегченной форме).

С 2013 года экзаменационная работа в 9-м классе разделена на 3 модуля: **алгебра**, **геометрия** и **реальная математика**. Для получения положительной оценки необходимо не только набрать некоторое минимальное количество баллов за всю работу, но и получить определённый балл по каждому модулю.

Экзаменационная работа ГИА-9, по спецификации которой составлены варианты предлагаемого пособия, состоит из двух частей.

Первая часть предусматривает выполнение тестовых заданий, при этом ответы фиксируются учениками непосредственно на бланке теста. В первую часть входят задания с выбором ответа, кратким ответом и установлением соответствия.

Вторая часть имеет вид традиционной контрольной работы и состоит из шести заданий, в которых в соответствии со спецификацией представлены следующие разделы программного материала: «Выражения и их преобразования», «Уравнения и системы уравнений», «Текстовые задачи», «Неравенства», «Функции», «Координаты и графики», «Последовательности и прогрессии», «Планиметрия». При выполнении второй части работы учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записывать решение (оно должно включать необходимые пояснения и обоснования, из которых должен быть понятен ход рассуждений). Вторая часть присутствует только в модулях «Алгебра» и «Геометрия».

Комплекс «Математика. Подготовка к ГИА»

Перечислим книги, входящие в комплекс «Математика. Подготовка к ГИА-9», выпускаемый издательством «Легион»:

- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015.
- Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015.
  Книга содержит решения всех тестовых заданий повышенного уровня сложности и всех задач из раздела «Задачник» пособия «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015».
- Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2015. Алгебра, геометрия, теория вероятностей и статистика.
  Сборник тестов, каждый из которых предназначен для проверки уровня усвоения определённого раздела программы по математике. Сборник охватывает все темы, отражённые в спецификации ГИА.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015. Учебно-тренировочные тесты.
  Сборник авторских тестов, составленных по последней спецификации ГИА, дополняет книгу «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2015».
- Математика. Базовый уровень ГИА-2015. Пособие для «чайников». Модуль 1: Алгебра.
  Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности модуля «Алгебра» экзаменационной работы ГИА-9.
- Математика. Базовый уровень ГИА-2015. Пособие для «чайников». Модуль 2: Геометрия.
  Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности модуля «Геометрия» экзаменационной работы ГИА-9.

- Математика. Базовый уровень ГИА-2015. Пособие для «чайников». Модуль 3: Реальная математика.
  Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности модуля «Реальная математика» экзаменационной работы ГИА-9.
- Математика 9 класс. Тренажёр по новому плану ГИА-2015. Алгебра, геометрия, реальная математика: учебно-методическое пособие.
  Сборник тренировочных тестовых заданий для формирования устойчивых навыков решения задач базового уровня первой части экзамена.

Обсудить пособия, оставить свои замечания и предложения, задать вопросы можно на официальных форумах издательства
`http://f.legionr.ru`,
`http://legion-posobiya.livejournal.com`.

Следите за бесплатными дополнениями и методическими рекомендациями на сайте издательства `http://legionr.ru` в связи с возможными изменениями спецификаций экзаменационных работ, разрабатываемых ФИПИ.

Замечания и пожелания можно направлять по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550 или на e-mail: legionrus@legionrus.com.

В 2007 – 2008 годах Экспертным советом Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) изданиям «Алгебра. 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации-2008» и «Алгебра. 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации-2009» были присвоены грифы «Допущено к использованию в образовательных учреждениях Российской Федерации в качестве учебного пособия». С 2009 года допуск учебных пособий к использованию в образовательном процессе осуществляет Минобрнауки РФ. Издательство «Легион» Приказом Минобрнауки РФ №729 от 14.12.2009 г. включено в перечень организаций, осуществляющих издание пособий для учащихся.

Краткий теоретический справочник

Предлагаемый справочник содержит теоретические сведения и формулы, предусмотренные программой по математике для общеобразовательных учреждений. Надеемся, что его содержательная часть поможет школьнику при подготовке к ГИА-9.

§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа

Правила округления. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя из сохраняющихся цифр увеличивается на 1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из сохраняемых цифр остаётся неизменной.

Если число округляют до какого-нибудь разряда, то все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leqslant a_0 < 10$, а m — целое число; число m называют **порядком числа** a, число a_0 — **мантиссой**.

Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и её приближённым значением a.

Если a — приближённое значение числа x и $|x - a| \leqslant h$, то говорят, что число x равно числу a с точностью до h, и пишут $\boldsymbol{x = a \pm h}$.

Неравенство $|x-a| \leqslant h$ можно записать в виде $a-h \leqslant x \leqslant a+h$. Числа $a-h$ и $a+h$ являются приближёнными значениями числа x **с недостатком** и **с избытком** соответственно.

Относительной погрешностью приближённого значения a называют отношение абсолютной погрешности $|x - a|$ к модулю приближённого значения.

Относительную погрешность выражают в процентах $\frac{|x-a|}{|a|} \cdot 100\%$.

§ 2. Отношения. Пропорции

Отношение двух чисел — это частное от деления одного из них на другое. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

Взаимно обратными называют числа, произведение которых равно 1 $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \text{ где } a \neq 0,\ b \neq 0\right)$.

Отношение $\frac{b}{a}$ называют обратным отношению $\frac{a}{b}$.

Обратное отношение — это отношение, взятое в обратном порядке по отношению к данному.

Пропорция — это равенство двух отношений.

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (или $a : b = c : d$) числа a и d называют **крайними**, а числа b и c — **средними** членами пропорции.

Основное свойство пропорции. В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению её средних членов.
Если для двух отношений $\boldsymbol{a : b}$ и $\boldsymbol{c : d}$ выполняется равенство $\boldsymbol{ad = bc}$, то $\boldsymbol{a : b = c : d}$ — верная пропорция.

Если в верной пропорции поменять местами средние или крайние члены, то получившиеся новые пропорции верны.

§ 3. Проценты

1% — это $\mathbf{\frac{1}{100}}$ часть от целого.

Если $\begin{matrix} a — 100\% \\ b — p\%, \end{matrix}$ то

- процент от числа $b = \frac{a \cdot p}{100}$;

- число по проценту $a = \dfrac{b \cdot 100}{p}$;
- количество процентов, которое составляет число b от числа a,

$p = \dfrac{b \cdot 100}{a}$.

Формула простого процентного роста (формула простых процентов):

$$S_n = S\left(1 + \frac{pn}{100}\right),$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

Формула сложного процентного роста (формула сложных процентов):

$$S_n = S\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

§ 4. Действия с дробями

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одинаковую величину, отличную от 0, то значение дроби останется прежним.

Если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется **сокращением дроби**.

Сравнение дробей. Для сравнения, сложения и вычитания обыкновенных дробей их следует привести к одному и тому же знаменателю.

Чтобы сравнить две обыкновенные дроби, следует привести их к общему знаменателю и сравнить числители получившихся дробей. Дробь с бóльшим числителем будет больше.

На координатном луче точка, имеющая меньшую координату, лежит левее от точки, имеющей бóльшую координату.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Умножение дробей. Чтобы умножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тем же: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.

Деление дробей. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо умножить первую на дробь, обратную второй:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Чтобы разделить дробь на натуральное число, надо знаменатель умножить на это число, а числитель оставить тем же: $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$.

Чтобы получить дробь, обратную данной, следует поменять местами числитель и знаменатель.

Преобразование между разными форматами записи дробей. Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в дробь десятичную, следует разделить числитель на знаменатель. При этом не всегда можно получить конечную десятичную дробь.

Несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби, если в разложении её знаменателя на простые множители присутствуют только множители 2 и 5.

Чтобы преобразовать десятичную дробь в дробь обыкновенную, следует представить её дробную часть в виде натурального числа, делённого на соответствующую степень числа 10. Затем к результату справа приписать целую часть, формируя смешанную дробь.

§ 5. Алгебраические выражения

Алгебраическим (буквенным) выражением называется одна или несколько алгебраических величин (чисел и букв), соединённых между собой знаками алгебраических действий: сложения, вычитания, умножения и деления, извлечения корня и возведения в целую степень, а также скобки, определяющие порядок выполнения действий. Количество величин, входящих в алгебраическое выражение, должно быть конечным.

Если вместо всех букв, входящих в алгебраическое выражение, подставить некоторые числа и выполнить действия, то полученное в результате число называется **значением алгебраического выражения**.

Значения переменных, при которых алгебраическое выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями** переменных. Множество всех допустимых значений переменных называют **областью определения** алгебраического выражения.

Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

§ 6. Степень с целым показателем

Свойства степени с целым показателем.

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.

$a^n : a^k = a^{n-k}$, если $n > k$.

$\left(a^n\right)^k = a^{nk}$.

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$.

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$.

По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$.

Если $a \neq 0$, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где n — натуральное число.

Справедливо равенство $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

§ 7. Многочлены. Преобразование выражений

Одночленом называют выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения.

Одночлен называется представленным в **стандартном виде**, если он записан в виде произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степеней переменных называют **степенью одночлена**.

Многочленом называется алгебраическая сумма одночленов.

Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен **стандартного вида**.

Формулы преобразования многочленов.

Для любых a, b и c верны следующие равенства:

1) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;
2) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
3) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
4) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
5) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
6) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$;
7) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$;
8) $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

§ 8. Алгебраические дроби

Основное свойство дроби: $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

Действия с дробями (предполагается, что знаменатели дробей отличны от нуля):

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \qquad -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

§ 9. Квадратные корни

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a, то есть выполняются условия:

- $\sqrt{a} \geqslant 0$,
- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

при любом $a \geqslant 0$.

Свойства арифметического квадратного корня.

1) Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению квадратных корней из этих множителей, то есть если $a \geqslant 0,\ b \geqslant 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

2) Квадратный корень из дроби с неотрицательным числителем и положительным знаменателем равен частному от деления квадратного корня из числителя на квадратный корень из знаменателя, то есть если $a \geqslant 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

3) При любом значении a и натуральном k верно равенство

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|.$$

§ 10. Линейные и квадратные уравнения

Линейное уравнение. Уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b — некоторые числа, x — переменная, называется линейным. Корни линейного уравнения

- при $a \neq 0,\ b \in R \quad x = -\frac{b}{a}$;
- при $a = 0,\ b = 0 \quad x \in R$;
- при $a = 0,\ b \neq 0 \quad x \in \varnothing$.

Квадратное уравнение.

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0,\ \ a \neq 0$ называется квадратным уравнением.

Дискриминант $D = b^2 - 4ac$.

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Если $D > 0$ и b — чётное, то корни квадратного уравнения могут быть вычислены по формуле

$$x_1 = \frac{-b/2 - \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a},\ x_2 = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}.$$

В этом случае $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{D}{4}$.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет два кратных корня $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ (также иногда говорят, что квадратное уравнение в этом случае имеет один корень).

Если $D < 0$, то действительных корней нет.

Уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ называется **приведённым квадратным уравнением**. Дискриминант $D = p^2 - 4q$. При $D > 0$ корни этого уравнения можно найти по формулам $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. При $D = 0$ $x = -\frac{p}{2}$.

Неполные квадратные уравнения.

1) $ax^2 + bx = 0, b \neq 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{b}{a}$.

2) $ax^2 + c = 0$. Если $ac < 0$, то $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$, $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Если $ac > 0$, то действительных корней нет.

3) $ax^2 = 0$; $x = 0$.

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$.

Если $a + c = b$ (или, что то же самое, $a - b + c = 0$), то $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Формулы Виета.

Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для уравнения вида $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 x_2 = q.$$

Разложение квадратного трёхчлена на множители.

Если $D > 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, ($x_1, x_2$ — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

Если $D = 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, ($x_1$ — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Система двух уравнений с двумя неизвестными имеет вид:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных $(x; y)$, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. **Решить систему** уравнений — значит найти все её решения или установить, что их нет.

- Система имеет единственное решение, если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.
- Система не имеет решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.
- Система имеет бесконечно много решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Неравенства, множества решений которых совпадают, называются **равносильными**.

Областью определения неравенства с одной переменной называется множество значений переменной, при которых обе части неравенства имеют смысл.

Из данного неравенства получается равносильное ему неравенство, если

1) из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком;

2) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число;

3) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив знак неравенства на противоположный;

4) в какой-либо части неравенства или в обеих его частях выполнить тождественное преобразование, не меняющее области определения неравенства.

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы. Множеством решений системы является пересечение множеств решений неравенств, входящих в эту систему.

§ 13. Решение квадратных неравенств. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств

Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a, b, c — действительные числа, $a \neq 0$.

Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства).

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное **при всех значениях** x, и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное **при всех значениях** x, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ с отрицательным дискриминантом при всех значениях x имеет знак старшего коэффициента a.

Модуль вещественного аргумента $|x| = \left[\begin{array}{ll} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0. \end{array}\right.$

Основные свойства модуля.

$|a| \geqslant 0$

$\lvert a\rvert = \lvert -a\rvert$	$\left\lvert\dfrac{a}{b}\right\rvert = \dfrac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert},\ b \neq 0$
$\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert \cdot \lvert b\rvert$	$\lvert a+b\rvert \leqslant \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$
$\lvert a\rvert^2 = a^2$	$\lvert a-b\rvert \geqslant \lvert a\rvert - \lvert b\rvert$

Решением неравенства $|x| < b$ являются значения x, удовлетворяющие неравенству $-b < x < b$.

Решением неравенства $|x| > b$ являются значения x, удовлетворяющие совокупности неравенств $\left[\begin{array}{l} x < -b, \\ x > b. \end{array}\right.$

Некоторые методы решения уравнений и неравенств, содержащих модуль.

1) **Общий метод**. Разобьём числовую ось точками, в которых обращаются в нуль выражения, стоящие под знаком модуля. Решаем неравенства на каждом из полученных промежутков.

2) **Метод возведения в квадрат**. $|f(x)| = g(x)$ равносильно системе $\left\{\begin{array}{l} f^2(x) = g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0. \end{array}\right.$

3) **Метод замены.** $af^2(x)+b|f(x)|+c = 0 \Rightarrow a|f(x)|^2+b|f(x)|+c = 0.$ Замена: $t = |f(x)|, t \geqslant 0, \Rightarrow at^2 + bt + c = 0.$

§ 14. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом. Это число называют **разностью арифметической прогрессии** и обычно обозначают буквой d.

1. Если a_n есть n-й член, d — разность и S_n — сумма n первых членов арифметической прогрессии, то

$$d = a_{n+1} - a_n, \qquad a_n = a_1 + d(n-1),$$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \text{ или } S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}.$$

Арифметическая прогрессия возрастает, если $d > 0$, и убывает, если $d < 0$.

2. Если a_k, a_l, a_m, a_n — члены арифметической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $a_k + a_l = a_m + a_n$.

3. Каждый член арифметической прогрессии, отличный от первого и последнего, равен среднему арифметическому соседних с ним членов:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии** и обычно обозначают буквой q.

1. Если b_n есть n-й член, q — знаменатель и S_n — сумма n первых членов геометрической прогрессии, то

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \qquad b_n = b_1 q^{n-1},$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1.$$

2. Если b_k, b_l, b_m, b_n — члены геометрической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $b_k \cdot b_l = b_m \cdot b_n$.

3. Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, отличного от первого и последнего, равен произведению соседних с ним членов:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}.$$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия бесконечно убывающая, если $|q| < 1$.

Если S есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, то $S = \dfrac{b_1}{1 - q}$.

§ 15. Исследование функции и построение графика

Область определения функции.

Областью определения $D(y)$ *функции* $y = f(x)$ называется множество всех значений аргумента x, для которых выражение $f(x)$ определено (имеет смысл).

Области определения основных элементарных функций. Область определения любого многочлена — R.

$$D\left(\frac{1}{x}\right) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k]{x}\right) = [0; +\infty)$$
$$D\left(\sqrt[2k+1]{x}\right) = R$$

Множество значений функции.

Множеством (областью) значений $E(y)$ функции $y = f(x)$ называется множество всех таких чисел y_0, для каждого из которых найдется такое число x_0, что $f(x_0) = y_0$.

Области значений основных элементарных функций.

Областью значений всякого многочлена чётной степени является промежуток $[m; +\infty)$, где m — наименьшее значение этого многочлена, либо промежуток $[-\infty; n]$, где n — наибольшее значение этого многочлена.

Областью значений всякого многочлена нечётной степени является R.

Чётность и нечётность функции.

Функция $y = f(x)$ называется *чётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = f(x)$. График чётной функции симметричен относительно оси Oy.

Функция $y = f(x)$ называется *нечётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Графики элементарных функций. На рисунке 1 изображены графики некоторых элементарных функций.

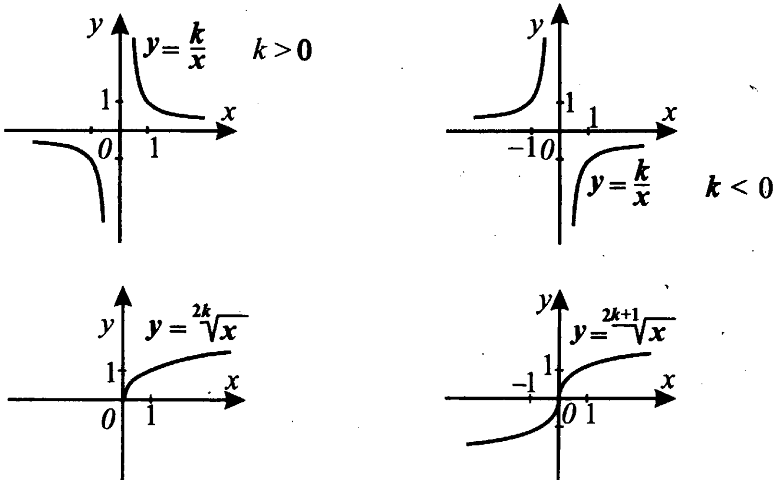


Рис. 1

Построение графиков функций «механическими» преобразованиями.

График функции $y = -f(x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Ox (см. рис. 2).

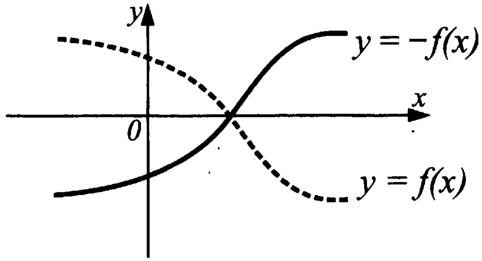


Рис. 2

График функции $y = f(-x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Oy (см. рис. 3).

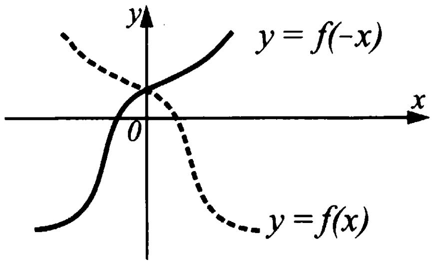


Рис. 3

График функции $y = m \cdot f(x)$, $m > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в m раз вдоль оси Oy от оси Ox (см. рис. 4).

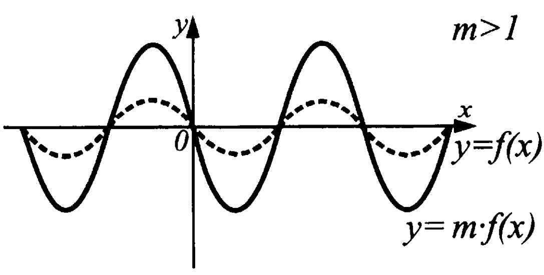


Рис. 4

График функции $y = m \cdot f(x)$, $0 < m < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в $\dfrac{1}{m}$ раз вдоль оси Oy к оси Ox (см. рис. 5).

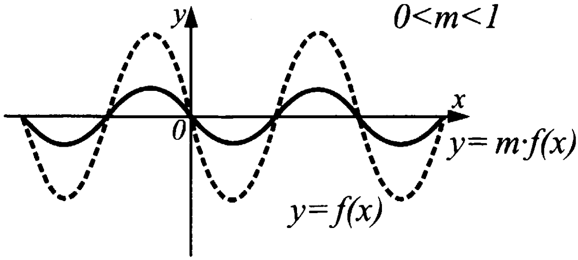


Рис. 5

График функции $y = f(kx)$, $k > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 6).

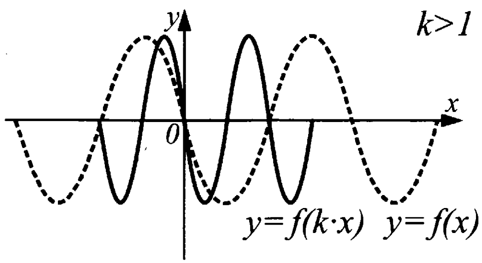


Рис. 6

График функции $y = f(kx)$, $0 < k < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в $\dfrac{1}{k}$ раз от оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 7).

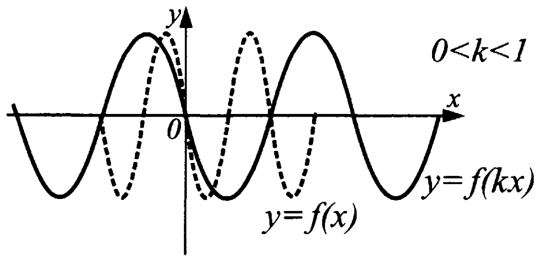


Рис. 7

График функции $y = f(x) + b$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вверх на число b при $b > 0$ и сдвигом вниз на число $(-b)$ при $b < 0$ (см. рис. 8).

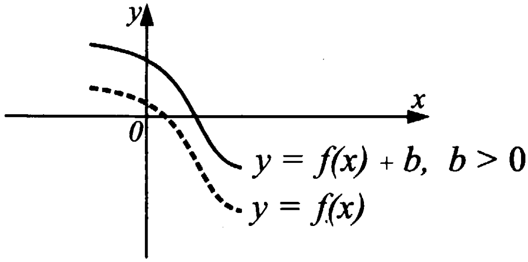


Рис. 8

График функции $y = f(x + a)$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вправо на число $-a$ при $a < 0$ и сдвигом влево на число a при $a > 0$ (см. рис. 9).

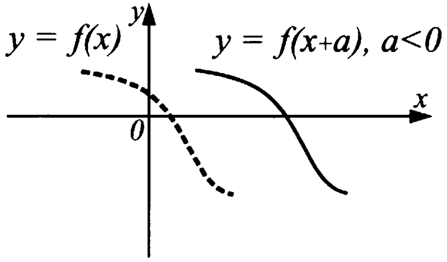


Рис. 9

График функции $y = |f(x)|$ (см. рис. 11, a) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 10) отражением относительно оси Ox части этого графика, лежащей ниже оси Ox.

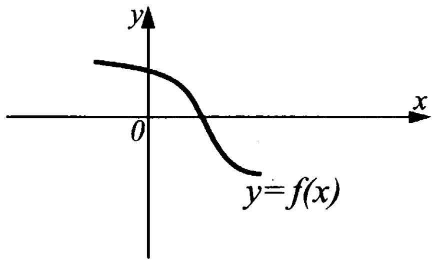


Рис. 10

График функции $y = f(|x|)$ (см. рис. 11, *б*) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 10) объединением части этого графика, лежащей правее оси Oy, с её отражением относительно оси Oy и удалением части, лежащей левее оси Oy.

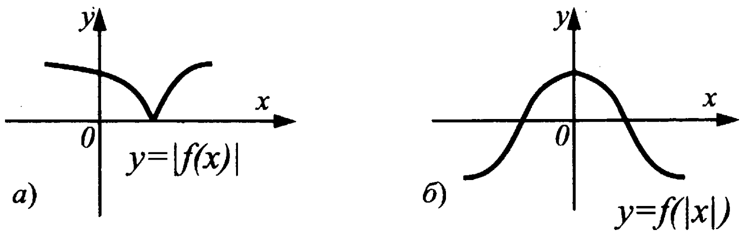


Рис. 11

§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений

Многочленом n-й степени называется многочлен вида

$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$,

где $a_0, a_1, \ldots, a_n$ — заданные числа, $a_0 \neq 0$, $n \in N$,

a_0x^n — старший член многочлена $P_n(x)$,

n — степень многочлена,

a_n — свободный член многочлена.

Алгебраическим уравнением n-й степени называется уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$.

Если уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$

с целыми коэффициентами $a_0, a_1, \ldots, a_n$, где $a_n \neq 0$, имеет целый корень, то этот корень является делителем числа a_n (свободного члена уравнения).

Основная теорема высшей алгебры. На множестве комплексных чисел любое алгебраическое уравнение имеет хотя бы один корень.

§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.

К простейшим иррациональным уравнениям относятся уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Основные способы решения иррационального уравнения.

I. Переход к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием.

1) По определению $\sqrt{f(x)} = a,\ f(x) = a^2$.

2) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ можно перейти к равносильной ему системе:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

3) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ можно перейти к одной из равносильных ему систем:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geqslant 0 \end{cases}$$

или

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

Неравенство $g(x) \geqslant 0$ (или $f(x) \geqslant 0$) в этих системах выражает условие, при котором уравнение можно возводить в чётную степень, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки.

II. Введение новой переменной.

Если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины, то имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой переменной и попытаться решить уравнение сначала относительно введённой неизвестной, а затем уже найти исходную неизвестную.

Например, $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0$. Обозначим $\sqrt{f(x)} = t$, тогда уравнение равносильно системе уравнений $\begin{cases} at^2 + bt + c = 0, \\ t \geqslant 0. \end{cases}$

III. Метод сведения к эквивалентным системам рациональных уравнений.

Уравнения вида $\sqrt{ax+b} \pm \sqrt{cx+d} = p$, где a, b, c, d — некоторые числа, часто удаётся решить при помощи введения двух вспомогательных неизвестных $y = \sqrt{ax+b}$ и $z = \sqrt{cx+d}$, где $y, z \geqslant 0$, и последующего перехода к эквивалентной системе рациональных уравнений. Полученное уравнение будет содержать две неизвестных, которые зависят одна от другой посредством старой переменной x. С помощью преобразований можно получить систему двух уравнений относительно двух неизвестных y и z.

IV. Использование свойства монотонности функций.

Если уравнение имеет вид

$$f(x) = 0,$$

где $f(x)$ возрастает (убывает), или

$$f(x) = g(x),$$

где $f(x)$ и $g(x)$ «встречно монотонны», то есть $f(x)$ возрастает, а $g(x)$ убывает или наоборот, то такое уравнение имеет не более одного корня. Если удаётся привести уравнение к такому виду и найти корень, то он и будет решением данного уравнения. Во многих случаях корень такого уравнения удобно находить подбором.

§ 18. Задания, содержащие параметр

Пусть дано уравнение вида $f(a, x) = g(a, x)$, где a, x — переменные величины.

Переменная a, которая при решении этого уравнения считается постоянной, называется **параметром**, а само уравнение — **уравнением, содержащим параметр**.

Решить уравнение (с переменной x и параметром a) — значит на множестве действительных чисел решить семейство уравнений, получаемых из данного при всех допустимых значениях параметра a.

Многие уравнения с параметром могут быть решены с помощью следующего алгоритма.

1) Определить ограничения, налагаемые на значения неизвестного x и параметра a, исходя из того, что функции $f(a, x)$ и $g(a, x)$ имеют смысл.

2) Определить формальные решения уравнения, записываемые без учёта ограничений. Если при решении возникают контрольные значения параметра, то их наносят на числовую ось Oa. Эти значения разбивают область допустимых значений параметра на подмножества. На каждом из подмножеств решают заданное уравнение.

3) Исключить те значения параметра, при которых формальные решения не удовлетворяют полученным ограничениям.

4) На числовую ось Oa добавить значения параметра, найденные в п. 3. Для каждого из промежутков на оси Oa записать все полученные решения в зависимости от значений параметра a.

5) Записать ответ, то есть решения в зависимости от значений параметра a.

При решении заданий с параметрами часто встречаются задачи (или приводящие к ним) о расположении корней квадратного уравнения.

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена ($x_1 < x_2$).

$f(x) = ax^2 + bx + c$, у которого $D = b^2 - 4ac$, $a \neq 0$, $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ и даны некоторые точки A и B оси Ox.

Утверждение 1. Оба корня меньше числа A, то есть $x_1 < A$ и $x_2 < A$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \text{(см. рис. 12).}$$

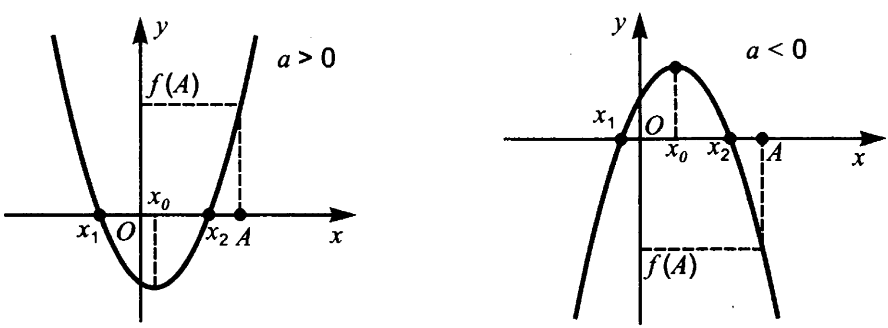


Рис. 12

Утверждение 2. Корни лежат по разные стороны от числа A, то есть $x_1 < A < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 3. Оба корня больше числа A, то есть $x_1 > A$ и $x_2 > A$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \text{(см. рис. 13).}$$

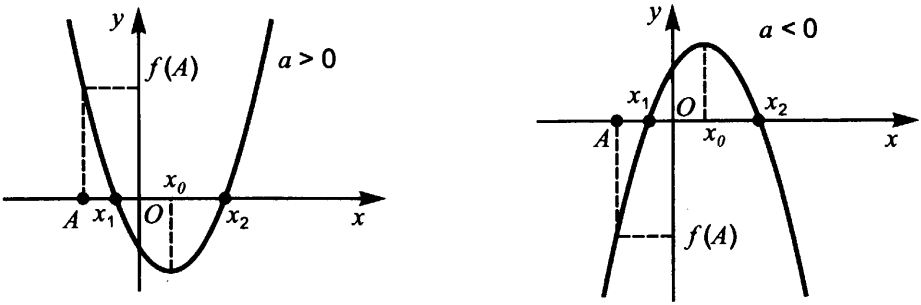


Рис. 13

Утверждение 4. Оба корня лежат между точками A и B, то есть $A < x_1 < B$ и $A < x_2 < B$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases}$$ (см. рис. 14).

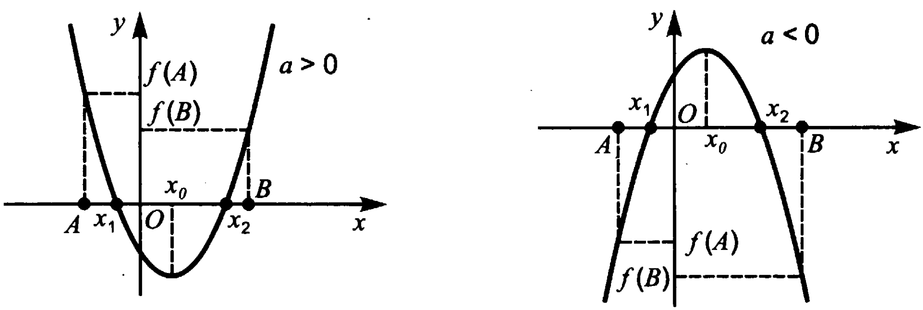


Рис. 14

Утверждение 5. Корни лежат по разные стороны от отрезка $[A; B]$, то есть $x_1 < A < B < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases}$$ (см. рис. 15).

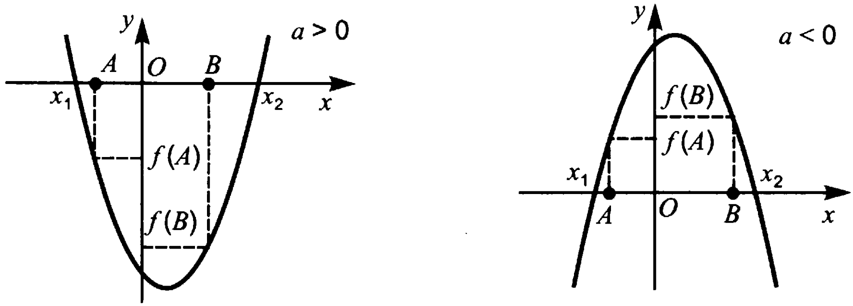


Рис. 15

§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики.

Множество (совокупность элементов) называется занумерованным, если каждому элементу этого множества сопоставлено своё натуральное число (номер) от 1 до n. Для краткости занумерованные множества далее будут называться **наборами**.

Число перестановок. Отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества, называются **перестановками** этого множества.

Число всех перестановок множества из n элементов обозначается P_n и определяется по формуле $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Число размещений. Упорядоченные наборы, состоящие из k различных элементов, выбранных из данных n элементов, называются размещениями из n элементов по k. Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и порядком.

Число всех размещений из n элементов по k обозначается A_n^k и определяется по формуле

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Число сочетаний. Неупорядоченные наборы, состоящие из k элементов, взятых из данных n элементов, называются сочетаниями из n элементов по k. Сочетания отличаются друг от друга только элементами.

Число сочетаний из n элементов по k обозначается C_n^k и определяется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Случайные события и их вероятности.

Опытом, или испытанием, называют всякое осуществление комплекса условий или действий, при которых наблюдается соответствующее явление. Возможный результат опыта называют **событием**.

Случайным называется событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти.

Событие называют **достоверным** в данном опыте, если оно обязательно произойдёт в этом опыте. Событие называется **невозможным** в данном опыте, если оно в этом опыте произойти не может.

Два события называются **совместными** в данном опыте, если появление одного из них не исключает появления другого в этом опыте, и **несовместными**, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании.

Два события называются **противоположными**, если появление одного из них равносильно непоявлению другого.

События считают **равновозможными**, если нет оснований полагать, что одно событие является более возможным, чем другие.

Суммой, или **объединением**, двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий A и B обозначается $A + B$. Аналогично определяется и обозначается сумма n событий

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = A_1 + A_2 + \ldots + A_n.$$

Эта сумма означает событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

Произведением, или **пересечением**, двух событий называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий A и B обозначается через AB. Произведение n событий

$$\prod_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n$$

означает событие, состоящее в появлении всех событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

Разностью событий A и B называется событие C, которое означает, что наступает событие A и не происходит событие B. Разность событий принято обозначать $A - B$.

Если при каждом осуществлении комплекса условий, при котором происходит событие A, происходит и событие B, то говорят, что A влечёт за собой B, или A является частным случаем B, и обозначается $A \subset B$. Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то говорят, что A и B равносильны: $A \equiv B$.

Вероятность события.

Классическое определение вероятности. **Вероятность события** A определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где n — число всех равновозможных элементарных исходов опыта, m — число элементарных исходов, благоприятствующих событию A.

Статистическое определение вероятности. Относительная частота события A (или просто частота) определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где m — число опытов, в которых появилось событие A, n — число всех проведенных опытов.

Вероятность $P(C)$ наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность $P(\bar{A})$ противоположного события $\bar{A}$ событию A:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Элементы статистики.

Математическая статистика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

Мода — значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

Среднее арифметическое (или просто среднее) набора чисел — это сумма всех чисел в этом наборе, делённая на их количество.

Медиана — это такое значение признака, которое разделяет ранжированный (упорядоченный) ряд распределения на две равные части. Для нахождения медианы нужно отыскать значение признака, которое находится на середине упорядоченного ряда.

§ 20. Геометрия

Параллельные прямые.

Свойства и признаки параллельных прямых.

1. **Аксиома параллельных.** Через данную точку можно провести не более одной прямой, параллельной данной.

2. Если две прямые параллельны одной и той же прямой, то они параллельны между собой.

3. Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны.

4. Если две параллельные прямые пересечь третьей, то образованные при этом внутренние накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, односторонние углы в сумме составляют 180°.

5. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные внутренние накрест лежащие углы, то прямые параллельны.

6. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные соответственные углы, то прямые параллельны.

7. Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

Теорема Фалеса.

Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую сторону угла, то на второй стороне угла отложатся также равные отрезки.

Теорема о пропорциональных отрезках.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, высекают на них пропорциональные отрезки.

Треугольник.

Признаки равенства треугольников.

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то треугольники равны.

2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то треугольники равны.

3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то треугольники равны.

Признаки равенства прямоугольных треугольников.

1. По двум катетам.
2. По катету и гипотенузе.
3. По гипотенузе и острому углу.
4. По катету и острому углу.

Теорема о сумме углов треугольника и следствия из неё.

1. Сумма углов треугольника равна $180°$.

2. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

3. Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

4. Углы со взаимно перпендикулярными сторонами равны, если они оба острые или оба тупые (на рис. 16 $\angle 1 = \angle 2$).

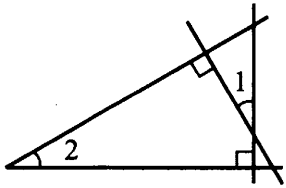


Рис. 16

5. Угол между биссектрисами смежных углов равен $90°$.

6. Биссектрисы внутренних односторонних углов при параллельных прямых и секущей перпендикулярны (на рис. 17 прямые $a \parallel b$, $m \perp n$).

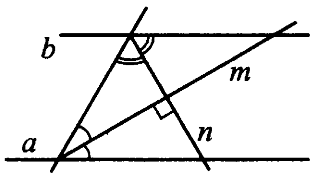


Рис. 17

Основные свойства и признаки равнобедренного треугольника.

1. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

2. Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.

3. В равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведённые к основанию, совпадают.

4. Если в треугольнике совпадает любая пара отрезков из тройки: медиана, биссектриса, высота, то он является равнобедренным.

Неравенство треугольника и следствия из него.

1. Сумма двух сторон треугольника больше третьей стороны.

2. Сумма звеньев ломаной больше отрезка, соединяющего начало первого звена с концом последнего.

3. Против большего угла треугольника лежит бóльшая сторона.

4. Против большей стороны треугольника лежит больший угол.

5. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше катета.

6. Если из одной точки проведены к прямой перпендикуляр и наклонные, то

1) перпендикуляр короче наклонных;

2) большей наклонной соответствует бóльшая проекция и наоборот.

Средняя линия треугольника.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника.

Теорема о средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна её половине.

Теоремы о медианах треугольника.

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

3. Медиана делит треугольник на два равновеликих (равных по площади) треугольника.

4. Медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Свойство серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.

Теорема о высотах треугольника.

Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.

Теорема о биссектрисах треугольника.

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

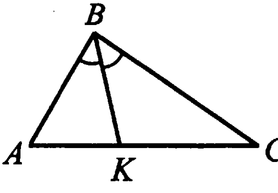


Рис. 18

Свойство биссектрисы треугольника.

Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам (на рис. 18 выполняется $\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$).

Признаки подобия треугольников.

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то треугольники подобны.

2. Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы, заключённые между этими сторонами, равны, то треугольники подобны.

3. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны.

Площади подобных треугольников.

1. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

2. Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

Прямоугольный треугольник.

1. В прямоугольном треугольнике (см. рис. 19) тригонометрические функции задаются следующим образом:

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$, $\cos\angle A = \dfrac{AC}{AB}$, $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BC}{AC}$.

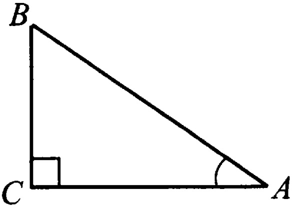


Рис. 19

2. Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего или на косинус прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 19, $BC = AB\cdot\sin\angle A$, $BC = AB\cdot\cos\angle B$).

3. Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего или котангенс прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 19, $BC = AC\cdot\operatorname{tg}\angle A$, $BC = AC\cdot\operatorname{ctg}\angle B$).

4. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

5. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен 30°.

6. $R = \dfrac{c}{2}$; $r = \dfrac{a+b-c}{2} = p - c$, где a, b — катеты, а c — гипотенуза прямоугольного треугольника; r и R — радиусы вписанной и описанной окружности соответственно.

Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора.

1. Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.

2. Если квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то треугольник — прямоугольный.

Средние пропорциональные в прямоугольном треугольнике.

Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, а каждый катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и своей проекции на гипотенузу.

Метрические соотношения в треугольнике.

1. **Теорема синусов** (см. рис. 20).

$$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}=2R.$$

2. **Теорема косинусов** (см. рис. 20).

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\angle A.$$

3. **Следствие из теоремы косинусов.** Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

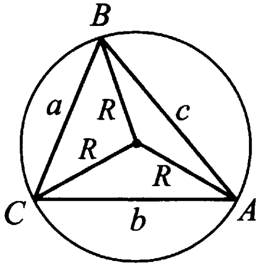


Рис. 20

Формулы площади треугольника.

Пусть дан треугольник (см. рис. 21), r и R — радиусы его вписанной и описанной окружностей (соответственно), $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.

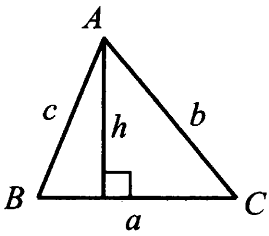


Рис. 21

1. $S=\frac{1}{2}ah.$ **2.** $S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin\angle C.$

3. $S=pr.$ **4.** $S=\frac{abc}{4R}.$

5. Формула Герона: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$

Элементы равностороннего треугольника. Пусть h, S, r, R — высота, площадь, радиусы вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника со стороной a. Тогда

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2};\qquad r=\frac{a\sqrt{3}}{6};\qquad R=\frac{a\sqrt{3}}{3};\qquad R=2r;\qquad S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Параллелограмм.

Параллелограммом называется четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Свойства и признаки параллелограмма.

1. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника.
2. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.
3. Противоположные углы параллелограмма попарно равны.
4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
5. Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
6. Если две противоположные стороны четырёхугольника равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
7. Если диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Свойство середин сторон четырёхугольника.

Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, площадь которого равна половине площади четырёхугольника.

Прямоугольник.

Прямоугольником называется параллелограмм с прямым углом.

Свойства и признаки прямоугольника.

1. Диагонали прямоугольника равны.
2. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Квадрат.

Квадратом называется прямоугольник, все стороны которого равны.

Ромб.

Ромбом называется четырёхугольник, все стороны которого равны.

Свойства и признаки ромба.

1. Диагонали ромба перпендикулярны.
2. Диагонали ромба делят его углы пополам.
3. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
4. Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

Трапеция.

Трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противоположные стороны (основания) параллельны. Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины непараллельных сторон (боковых сторон).

1. **Теорема о средней линии трапеции.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности её оснований.

Замечательное свойство трапеции.

Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Равнобедренная трапеция.

Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

Свойства и признаки равнобедренной трапеции.

1. Углы при основании равнобедренной трапеции равны.

2. Диагонали равнобедренной трапеции равны.

3. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

4. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.

5. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований.

Формулы площади четырёхугольника.

1. Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.

2. Площадь параллелограмма равна произведению его соседних сторон на синус угла между ними.

3. Площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.

4. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

5. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

6. Площадь четырёхугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

7. Формула Герона для четырёхугольника, около которого можно описать окружность:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где a, b, c, d — стороны этого четырёхугольника, p — полупериметр, а S — площадь.

Подобные фигуры.

1. Отношение соответствующих линейных элементов подобных фигур равно коэффициенту подобия.

2. Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.

Правильный многоугольник.

Пусть a_n — сторона правильного n-угольника, а r_n и R_n — радиусы вписанной и описанной окружностей. Тогда:

$$a_n = 2R_n \cdot \sin\frac{180^\circ}{n};\;\; a_n = 2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}\cdot r_n;\;\; r_n = R_n \cdot \cos\frac{180^\circ}{n}.$$

Окружность.

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной точки, называемой центром окружности, на одно и то же положительное расстояние.

Основные свойства окружности.

1. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягиваемые ею дуги пополам.

2. Диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен этой хорде.

3. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

4. Равные хорды удалены от центра окружности на равные расстояния.

5. Хорды окружности, удалённые от центра на равные расстояния, равны.

6. Окружность симметрична относительно любого своего диаметра.

7. Дуги окружности, заключённые между параллельными хордами, равны.

8. Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

9. Диаметр есть наибольшая хорда окружности.

Замечательные свойства окружности.

1. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под прямым углом ($\angle AMB = 90°$), есть окружность с диаметром AB без точек A и B.

2. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под острым углом ($\angle AMB < 90°$), есть внешность круга с диаметром AB без точек прямой AB.

3. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под тупым углом ($\angle AMB > 90°$), есть внутренность круга с диаметром AB без точек отрезка AB.

4. Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом, есть две дуги равных окружностей (без концов этих дуг).

Касательная к окружности.

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

2. Если прямая a, проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведённому в эту точку, то прямая a — касательная к окружности.

3. Если прямые, проходящие через точку M, касаются окружности в точках A и B, то $MA = MB$ и $\angle AMO = \angle BMO$, где точка O — центр окружности (см. рис. 22).

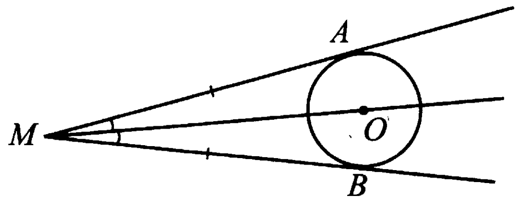


Рис. 22

4. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла.

Касающиеся окружности.

Говорят, что две окружности касаются, если они имеют единственную общую точку (точку касания).

1. Точка касания двух окружностей лежит на их линии центров.

2. Окружности радиусов r и R с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом тогда и только тогда, когда $R + r = O_1O_2$.

3. Окружности радиусов r и R $(r < R)$ с центрами O_1 и O_2 касаются внутренним образом тогда и только тогда, когда $R - r = O_1O_2$.

4. Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K (см. рис. 23). Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K, в точке C. Тогда $\angle AKB = 90°$ и $\angle O_1CO_2 = 90°$.

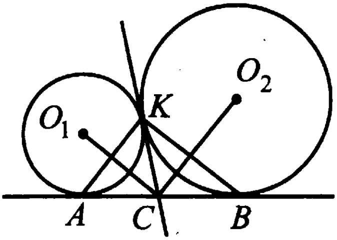


Рис. 23

5. Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен отрезку общей внутренней касательной, заключённому между общими внешними. Оба эти отрезка равны $2\sqrt{Rr}$ (см. рис. 24: $AC = BD = MN = 2\sqrt{Rr}$).

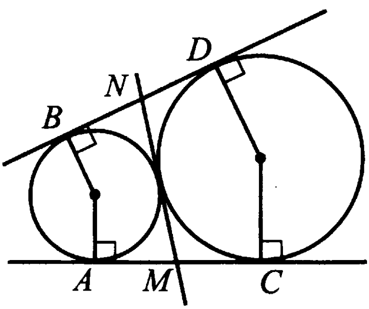


Рис. 24

Углы, связанные с окружностью.

1. Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

2. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

3. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

4. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами (см. рис. 25: $\angle ANC = \dfrac{\smile AC + \smile BD}{2}$).

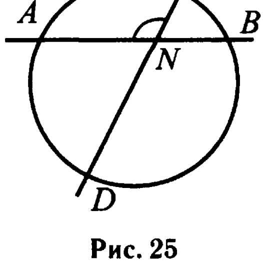


Рис. 25

5. Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности (см. рис. 26: $\angle ABC = \frac{\smile AC - \smile DE}{2}$).

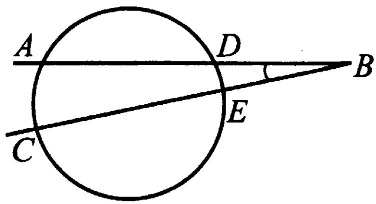


Рис. 26

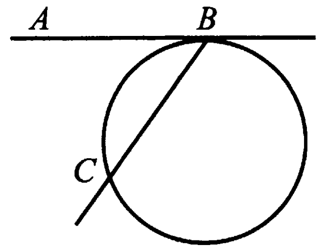


Рис. 27

6. Угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания, равен половине угловой величины дуги, высекаемой на окружности этой хордой (см. рис. 27: $\angle ABC = \frac{1}{2}\smile BC$).

Свойства хорд окружности.

1. Линия центров двух пересекающихся окружностей перпендикулярна их общей хорде.

2. Произведения длин отрезков хорд AB и CD окружности, пересекающихся в точке E, равны, то есть $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ (см. рис. 28).

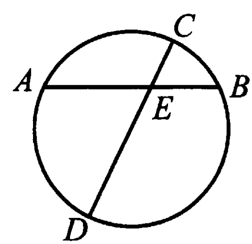


Рис. 28

Вписанные и описанные окружности.

1. Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника совпадают.

2. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — это середина гипотенузы.

3. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

4. Если четырёхугольник можно вписать в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180°.

5. Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

6. Если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции видна из центра окружности под прямым углом.

7. Если в трапецию можно вписать окружность, то радиус окружности есть среднее пропорциональное отрезков, на которые точка касания делит боковую сторону.

8. Если в многоугольник можно вписать окружность, то его площадь равна произведению полупериметра многоугольника на радиус этой окружности.

Теорема о касательной и секущей и следствие из неё.

1. Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной (см. рис. 29: $AB^2 = AD \cdot AC$).

2. Произведение всей секущей на её внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

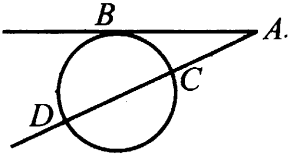


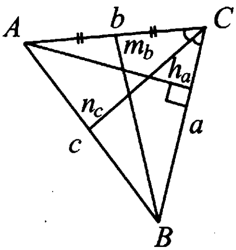
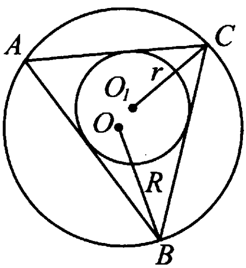
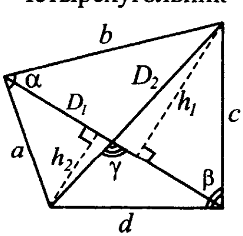
Рис. 29

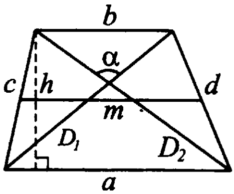
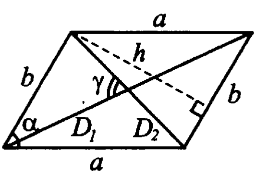
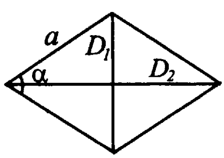
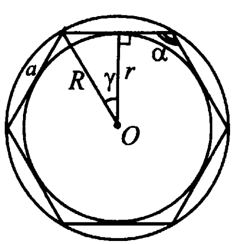
Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

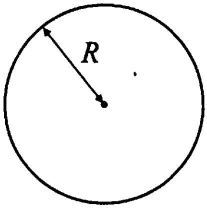
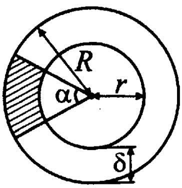
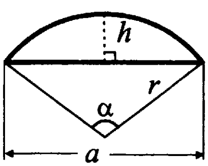
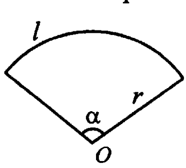
Площадь круга радиуса R равна πR^2.

Основные формулы

Далее S — площадь фигуры, P — периметр, p — полупериметр.

Чертежи	Обозначения	Формулы
Треугольник   	a, b, c — стороны; A, B, C — противолежащие им углы; h_a, h_b, h_c — высоты, проведённые к соответствующим сторонам; n_a, n_b, n_c — биссектрисы, проведённые к соответствующим сторонам; b_a и b_c — отрезки, на которые делится биссектрисой сторона b; m_a, m_b, m_c — медианы, проведённые к соответствующим сторонам; $\mu = \frac{(m_a+m_b+m_c)}{2}$ — полусумма медиан; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности.	$h_b = \frac{2S}{b}$ $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $n_b = \frac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)}$. $n_b = \sqrt{ac - b_a b_c}$ $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C$ $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2\sin A}$ $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$ $S = r^2 \operatorname{ctg}\frac{A}{2} \operatorname{ctg}\frac{B}{2} \operatorname{ctg}\frac{C}{2}$ $S = pr = \frac{abc}{4R}$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S = \frac{4}{3}\sqrt{\mu}\times$ $\times\sqrt{(\mu - m_a)(\mu - m_b)(\mu - m_c)}$
Четырёхугольник  	a, b, c, d — стороны; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями; h_1, h_2 — длины перпендикуляров, опущенных на диагональ D_1; α, β — два противолежащих угла четырёхугольника.	$S = \frac{h_1 + h_2}{2}D_1$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin\gamma$ $S = \frac{1}{2}(ab\sin\alpha + cd\sin\beta)$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Трапеция 	a, b — основания; c, d — боковые стороны; D_1, D_2 — диагонали; α — угол между диагоналями; m — средняя линия; h — высота.	$m = \frac{1}{2}(a+b)$ $P = 2m + c + d$ $S = \frac{1}{2}(a+b)h = mh$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin\alpha$
Параллелограмм 	a, b — стороны; h — расстояние между сторонами b (высота); α — угол параллелограмма; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями.	$S = bh$ $S = ab\sin\alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin\gamma$ $D_1^2 + D_2^2 = 2a^2 + 2b^2$
Ромб 	a — сторона; α — угол ромба; D_1, D_2 — диагонали.	$S = a^2 \sin\alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2$
Правильный многоугольник 	n — число сторон; a — сторона; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности; $\alpha = 180° - 2\gamma$ — угол многоугольника $\left(\gamma = \frac{180°}{n}\right)$.	$a = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ $P = na$ $P = 2nR\sin\gamma = 2nr\,\mathrm{tg}\,\gamma$ $S = \frac{1}{4}na^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma$ $S = nr^2\,\mathrm{tg}\,\gamma$ $S = \frac{1}{2}nR^2\sin 2\gamma$ $S = \frac{1}{2}nar$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Круг 	R — радиус; l — длина окружности.	$S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$
Кольцо 	r — внутренний радиус; R — наружный радиус; d — внутренний диаметр; D — наружный диаметр; $\varrho = \dfrac{r+R}{2}$ — средний радиус; $\delta = R - r$ — ширина кольца; α — центральный угол части кольца (в градусах).	$S = \pi(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ $S = 2\pi\rho\delta$ Площадь части кольца $S = \dfrac{\pi\alpha}{360}(R^2 - r^2)$ $S = \dfrac{\pi\alpha}{90}(D^2 - d^2)$ $S = \dfrac{\pi\alpha}{180}\rho\delta$
Сегмент 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \dfrac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги; a — длина хорды; h — высота.	$P = l + a$ $S = \dfrac{1}{2}r^2\left(\dfrac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha\right)$ $S = \dfrac{r(l-a) + ah}{2}$
Сектор 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \dfrac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги.	$P = l + 2r$ $S = \dfrac{lr}{2}$ $S = \dfrac{\pi r^2\alpha}{360}$

Инструкция по выполнению работы[1]

Общее время экзамена — 235 минут. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий, в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий, в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части 1 ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо лишь указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

При выполнении работы Вы можете пользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

Желаем успеха!

[1] Разработана специалистами ФИПИ (www.fipi.ru).

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

Вариант № 1

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{11}{18} + 2\frac{5}{9}\right) \cdot 3$.

Ответ: ______________________.

2. На координатной прямой отмечено число d (см. рис. 1).

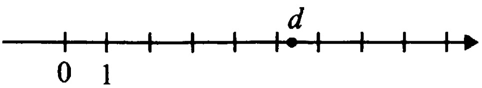


Рис. 1

Из следующих утверждений выберите верное.

1) $(d-6)^2 > 1$ 2) $d^2 < 25$ 3) $(d-5)^2 > 1$ 4) $d^2 < 36$

3. Найдите значение выражения $\frac{5^{-2} \cdot 5^{-6}}{5^{-5}}$.

1) $\frac{1}{125}$ 2) 125 3) $-\frac{1}{125}$ 4) -125

4. Решите уравнение $\frac{x-15}{x-3} = \frac{2}{3}$.

Ответ: ______________________.

5. Установите соответствие между функциями (см. рис. 2) и их графиками.

А) $y = -x^2 - 6x - 5$ Б) $y = -x^2 + 6x - 5$ В) $y = x^2 + 6x + 5$

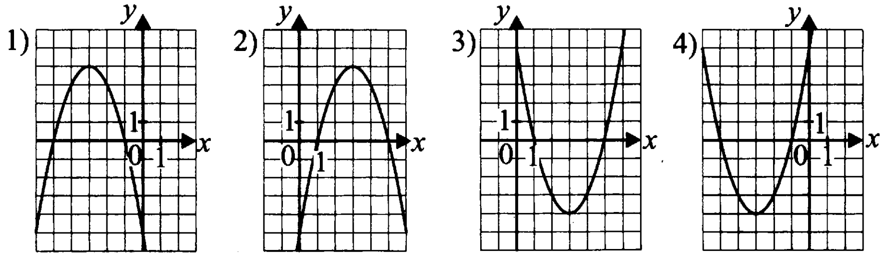


Рис. 2

Ответ:

А	Б	В

6. Выписано несколько членов арифметической прогрессии $-6;\ 2;\ 10;\ \ldots$ Какое число стоит в этой прогрессии на 21-м месте?

Ответ: ______________________ .

7. Найдите значение выражения $\dfrac{m^2 - n^2}{mn} : \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{m}\right)$ при

$m = 2\dfrac{5}{17}$ и $n = 5\dfrac{12}{17}$.

Ответ: ______________________ .

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 80 < 0$ 2) $x^2 + 80 < 0$ 3) $x^2 + 80 > 0$ 4) $x^2 - 80 > 0$

Модуль «Геометрия»

9. В остроугольном треугольнике ABC (см. рис. 3) высота AH равна $27\sqrt{3}$, а сторона AB равна 54. Найдите $\cos B$.

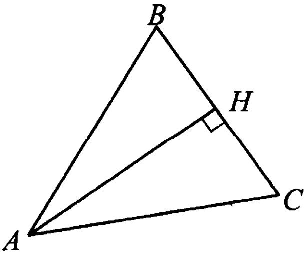


Рис. 3

Ответ: ______________________ .

10. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки K и F (см. рис. 4). Известно, что $\angle KBA = 58°$. Найдите угол KFB. Ответ дайте в градусах.

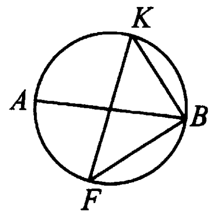


Рис. 4

Ответ: ________________________ .

11. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 142°$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC MN — средняя линия. Площадь треугольника MBN равна 20 (см. рис. 5). Найдите площадь треугольника ABC.

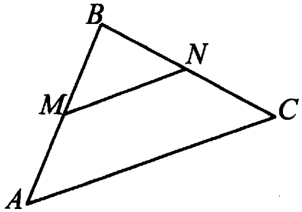


Рис. 5

Ответ: ________________________ .

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Сумма смежных углов равна 180°.

2) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника больше суммы длин его катетов.

3) Площадь прямоугольника равна произведению двух его смежных сторон.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. Одна астрономическая единица равна $1{,}496 \cdot 10^{11}$ м. Выразите эту величину в млн километров.

1) $1{,}496 \cdot 10^{8}$ млн километров
2) $1{,}496 \cdot 10^{5}$ млн километров
3) $1{,}496 \cdot 10^{2}$ млн километров
4) $1{,}496 \cdot 10^{3}$ млн километров

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 6 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,6 вольт до 0,8 вольт.

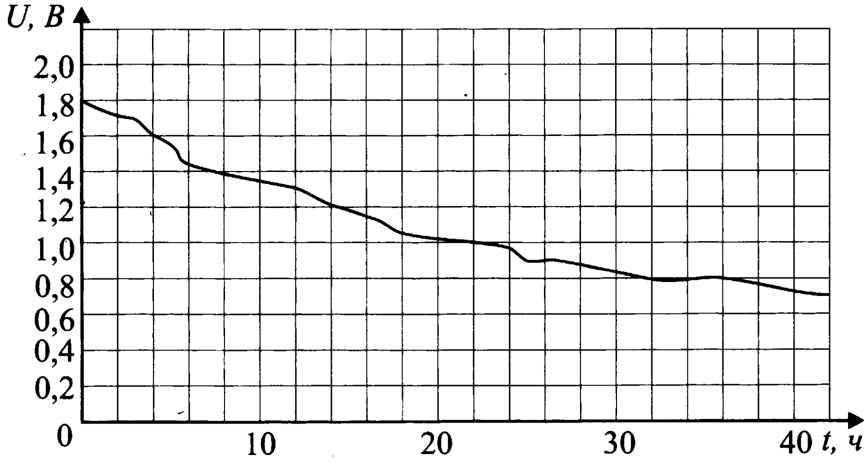


Рис. 6

Ответ: ______________________ .

16. Расстояние от Солнца до Меркурия равно 58 000 000 км. Сколько времени идёт свет от Солнца до Меркурия? Скорость света равна 300 000 км/с. Ответ дайте в минутах и округлите до десятых.

Ответ: ______________________ .

17. Проектор полностью освещает экран A высотой 90 см, расположенный на расстоянии 180 см от проектора (см. рис. 7). На каком наименьшем расстоянии (в см) от проектора нужно расположить экран B высотой 120 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

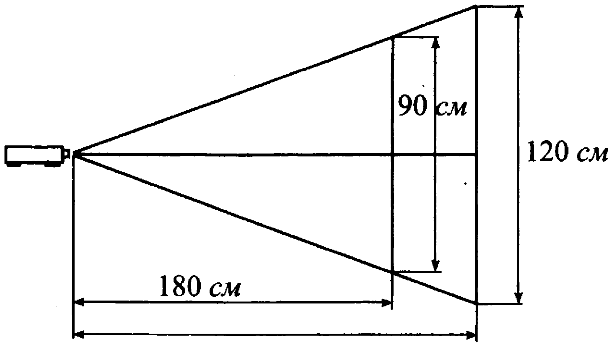


Рис. 7

Ответ: ________________________ .

18. Средний рост жителя города, в котором живёт Дима, 170 см. Рост Димы 175 см.

Какое из следующих утверждений верно?

1) Обязательно найдётся человек ростом меньше 171 см.
2) Обязательно найдётся человек ростом 167 см.
3) Обязательно найдётся девушка ниже 170 см.
4) Дима — самый высокий юноша в городе.

19. В фирме такси в данный момент 20 машин: 4 чёрных, 5 серых, 8 коричневых, 3 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему подъедет коричневое такси.

Ответ: ________________________ .

20. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 7,5 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 337,5 м/с^2.

Ответ: ________________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $x^2(-x^2-64) \leqslant 64(-x^2-64)$.

22. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 25 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 75 км. Скорость первого велосипедиста равна 20 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места их встречи.

23. Постройте график функции $y = \dfrac{4{,}5|x| - 1{,}5}{1{,}5 \cdot |x| - 4{,}5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD, если $AB = 30$, а расстояние от центра окружности до хорд AB и CD равно соответственно 8 и 15.

25. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.

26. Две касающиеся внешним образом в точке P окружности, радиусы которых 8 и 10, касаются сторон угла с вершиной B. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку P, пересекает стороны угла в точках A и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Вариант № 2

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\dfrac{6}{3 \cdot 4}$.

Ответ: ____________________ .

2. Известно, что m и n — положительные числа и $m > n$. Сравните $\frac{1}{m}$ и $\frac{1}{n}$.

1) $\frac{1}{m} > \frac{1}{n}$ 2) $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$ 3) $\frac{1}{m} = \frac{1}{n}$ 4) сравнить невозможно

Ответ: ______________________ .

3. Какое из данных чисел $\sqrt{36}$, $\sqrt{0{,}036}$, $\sqrt{0{,}36}$ является иррациональным?

1) $\sqrt{36}$
2) $\sqrt{0{,}036}$
3) $\sqrt{0{,}36}$
4) все эти числа рациональные

4. Решите уравнение $5(-10 - 2x) = -3x + 6$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между функциями (см. рис. 8) и их графиками.

А) $y = 2x^2 + 2x - 3$ Б) $y = -2x^2 - 2x + 3$ В) $y = -2x^2 + 2x + 3$

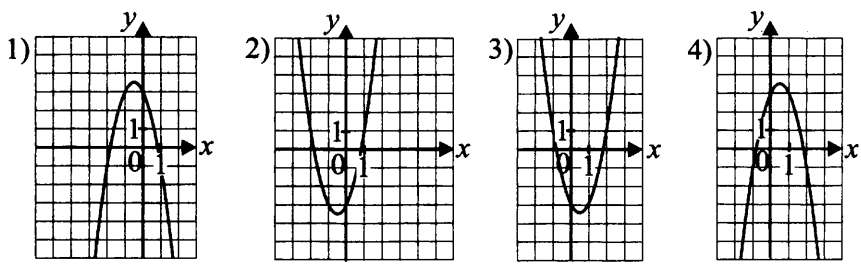


Рис. 8

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия (a_n), разность которой равна $-8{,}6$, $a_1 = -8{,}6$. Найдите сумму первых её 11 членов.

Ответ: ______________________ .

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{t}{5z} - \frac{5z}{t}\right) : (t + 5z)$ при $t = \frac{1}{4}$ и $z = \frac{1}{5}$.

Ответ: ______________________ .

8. Решите неравенство $8 - 6x \leqslant 4x - 7$.

1) $(-\infty; -1{,}5]$ 2) $[-0{,}1; +\infty)$ 3) $[1{,}5; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0{,}1]$

Ответ: ______________________ .

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 9$, $\sin A = 0{,}6$. Найдите AB (см. рис. 9).

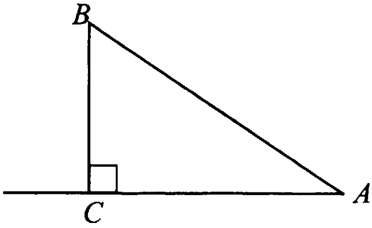


Рис. 9

Ответ: ______________________ .

10. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 76^\circ$ (см. рис. 10). Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.

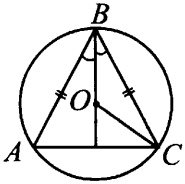


Рис. 10

Ответ: ______________________ .

11. Высота BH ромба $ABCD$ делит сторону AD на отрезки $AH = 8$ и $HD = 9$ (см. рис. 11). Найдите площадь ромба.

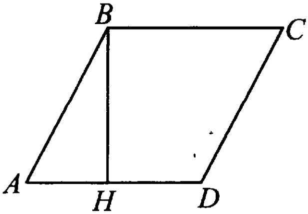


Рис. 11

Ответ: ______________________ .

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$1 см отмечены точки A, B и C (см. рис. 12). Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ выразите в сантиметрах.

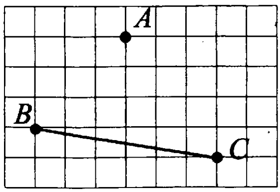


Рис. 12

Ответ: ________________________ .

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Треугольник со сторонами 2, 6 и 9 существует.
2) У любой равнобедренной трапеции боковые стороны равны.
3) Если диагонали ромба равны, то он является квадратом.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. На соревнованиях по акробатике судьи выставили оценки от 0 до 10 баллов четырём спортсменам. Результаты приведены в таблице.

Спортсмен	I судья	II судья	III судья	IV судья	V судья	VI судья	VII судья
Ковалёв	6.0	7.2	5.5	6.1	8.0	7.3	6.9
Васильев	8.2	6.3	5.9	7.3	7.5	6.4	8.0
Радов	7.1	5.8	6.4	6.9	5.7	6.8	7.7
Новиков	5.4	6.7	7.0	5.8	7.6	5.7	7.2

При подведении итогов две наибольшие и две наименьшие оценки отбрасываются, а три оставшиеся складываются и умножаются на коэффициент сложности. Спортсмен, набравший наибольшее количество баллов, побеждает. Кто из спортсменов выиграл соревнование, если сложность программы была следующей: Ковалёв — 6,8, Васильев — 6,4, Радов — 6,9, Новиков – 7,2?

1) Ковалёв 2) Васильев 3) Радов 4) Новиков

15. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке 13 показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока (в амперах). Сколько ампер составляет сила тока в цепи при сопротивлении 2,5 Ом?

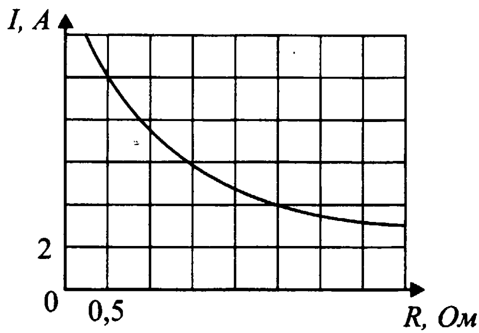


Рис. 13

Ответ: ________________________ .

16. В начале года сотовый телефон стоил 13 000 рублей. К концу года он стал стоить 11 050 рублей. На сколько процентов уменьшилась за год цена телефона?

Ответ: ________________________ .

17. Сколько досок длиной 3 м, шириной 10 см и толщиной 30 мм выйдет из бруска длиной 90 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером 40 см $\times$60 см?

Ответ: ________________________ .

18. На диаграмме (см. рис. 14) показано количество страниц книги, прочитанных студентом за четыре дня в период подготовки к экзамену.

Определите по диаграмме, в какой день студент прочитал более 50% страниц книги.

1) в первый день
2) во второй день
3) в третий день
4) в четвёртый день

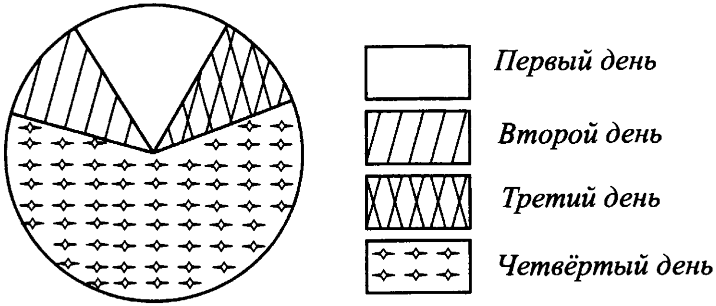


Рис. 14

19. В коллекции 150 монет, из них 22 монеты XVI века, 15 монет XVII века, 23 монеты XVIII века, есть ещё монеты XIX и XX веков. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной монеты будет выбрана монета XIX или XX веков.

Ответ: ________________________ .

20. Площадь треугольника через радиус описанной окружности вычисляется по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a, b, c — стороны треугольника, а R — радиус описанной окружности. Найдите радиус описанной окружности, если стороны треугольника 5 см, 12 см, 13 см, а его площадь равна 3 000 мм^2. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: ________________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$.

22. Каменщики Антон и Пётр выкладывают один кирпичный забор за 8 часов, Пётр и Дмитрий выполняют эту же работу за 12 часов, а Антон и Дмитрий — за 9,6 часа. Найдите, за сколько часов каменщики выполнят эту работу, если будут работать втроём.

23. Постройте график функции $y = x^2 - 5|x| - x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды AB, если $CD = 14$, а расстояние от центра окружности до хорд AB и CD равно соответственно 7 и 15.

25. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH. Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HP соответственно. Докажите, что треугольник PBK подобен треугольнику ABC.

26. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена окружность, пересекающая высоту AH в точке P, $AH = 24$, $PH = 18$. Найдите AF, где F — точка пересечения высот треугольника ABC.

Вариант № 3

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(7{,}3 \cdot 10^{-3}) \cdot (7 \cdot 10^{-2})$.

Ответ: ________________________ .

2. На координатной прямой отмечено число b (см. рис. 15).

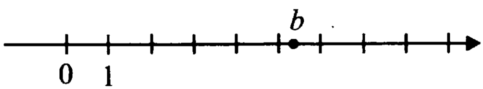


Рис. 15

Из следующих утверждений выберите верное.

1) $(6 - b)^2 > 1$ 2) $(b - 7)^2 < 1$ 3) $b^2 > 25$ 4) $b^2 < 24$

3. Расположите в порядке убывания числа $3\sqrt{5}$; 7; $4\sqrt{3}$.

1) $4\sqrt{3}; 7; 3\sqrt{5}$ 2) $7; 4\sqrt{3}; 3\sqrt{5}$ 3) $3\sqrt{5}; 4\sqrt{3}; 7$ 4) $3\sqrt{5}; 7; 4\sqrt{3}$

4. Решите уравнение $3x - 5 - (x + 3) = 2(-2 - 4x) + 3$.

Ответ: ________________________ .

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 16).

А) $y = \frac{2}{3}x - 2$ Б) $y = \frac{1}{2x}$ В) $y = -x^2 + 3x - 2$

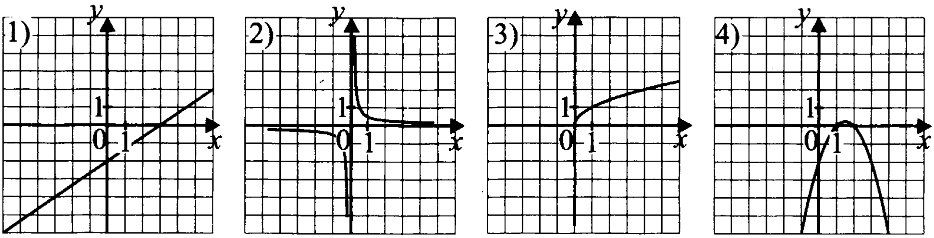


Рис. 16

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия (b_n), в которой $b_3 = 12$, $b_6 = -96$. Найдите знаменатель прогрессии.

Ответ: ______________________ .

7. Найдите значение выражения $\frac{a^3 - ab^2}{a + b} \cdot \frac{6b}{a - b}$ при $a = -\frac{1}{41}$ и $b = 8{,}2$.

Ответ: ______________________ .

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 + 3x - 10 < 0$
2) $x^2 + 3x + 10 > 0$
3) $x^2 + 3x - 10 > 0$
4) $x^2 + 3x + 10 < 0$

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике LMN высота NH равна $32\sqrt{3}$, а сторона MN равна 64 (см. рис. 17). Найдите $\cos M$.

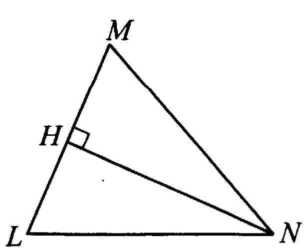


Рис. 17

Ответ: ______________________ .

10. По разные стороны от диаметра AB на окружности взяты точки L и K (см. рис. 18). Известно, что $\angle LAB = 62°$. Найдите угол AKL. Ответ дайте в градусах.

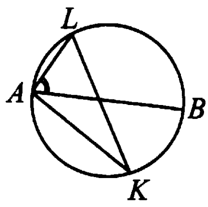


Рис. 18

Ответ: ____________________ .

11. Периметр ромба равен 48, а один из углов 30° (см. рис. 19). Найдите площадь ромба.

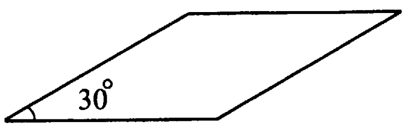


Рис. 19

Ответ: ____________________ .

12. Площадь трапеции $ABCD$ равна 90 (см. рис. 20). Точка L — середина стороны AD. Треугольник LCD — равносторонний, $ABCL$ — параллелограмм. Найдите площадь $ABCL$.

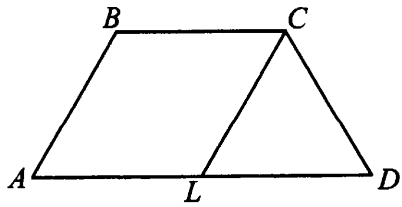


Рис. 20

Ответ: ____________________ .

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
2) Средняя линия трапеции равна полусумме оснований.
3) Площадь треугольника равна произведению основания на высоту.

Ответ: ____________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. Расстояние от Урана до Солнца равно $2{,}871 \cdot 10^9$ км. Выразите расстояние от Урана до Солнца в млн км.

1) $2{,}871 \cdot 10^6$ млн километров
2) $2{,}871 \cdot 10^5$ млн километров
3) $2{,}871 \cdot 10^4$ млн километров
4) $2{,}871 \cdot 10^3$ млн километров

15. На графике (см. рис. 21) показан процесс наполнения ванны водой и слива воды через некоторое время. Определите по графику, с какой скоростью вода выливалась из ванны. Ответ дайте в л/мин.

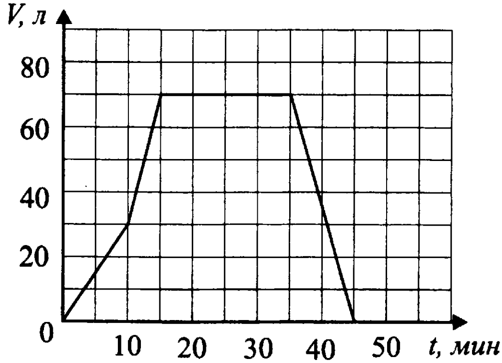


Рис. 21

Ответ: ____________________ .

16. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 9,6% годовых. Вкладчик положил на счёт 155 000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких дополнительных операций проводиться не будет?

Ответ: ____________________ .

17. Во сколько раз увеличится площадь садового участка, имеющего прямоугольную форму, если его длину увеличить в 2 раза, а ширину увеличить на 20%?

Ответ: ____________________ .

18. На полях Целинского района собрали урожай зерновых, всего 4 500 тонн. Результаты представлены на круговой диаграмме (см. рис. 22).

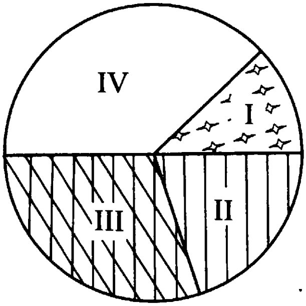


Рис. 22

Какое из следующих утверждений неверно?

1) На I и II полях собрали зерновых меньше, чем на III и IV.

2) На IV поле собрали около 35% урожая всего района.

3) На II и III полях собрали не более 2 300 т зерна.

4) Урожай на I поле составляет примерно 10% урожая на IV поле.

19. В фирме такси в данный момент свободны 8 машин: 4 белые, 2 жёлтые и 2 чёрные. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет белое такси.

Ответ: ______________________ .

20. Кинетическая энергия тела E (Дж) массой m (кг), движущегося со скоростью v (м/с), вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$. Пользуясь этой формулой, найдите скорость тела массой 5 кг, имеющего кинетическую энергию 90 Дж. Ответ дайте в м/с.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $\dfrac{18}{x^2-5x+4} \leqslant 0$.

Ответ: ________________________ .

22. Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные — 12% воды. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 64 кг высушенных фруктов?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5, \text{если } x \geqslant 1, \\ 2x, \text{если } x < 1, \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно 2 общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках L и K соответственно. Найдите AC, если $BK = 5$, $KC = 15$, $LK = 9$.

25. В выпуклом четырёхугольнике $LMNK$ углы LMK и LNK равны. Докажите, что углы MNL и MKL также равны.

26. Биссектриса CN треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AN = 6$ и $NB = 11$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC, проходящая через точку C, пересекает прямую AB в точке D. Найдите CD.

Вариант № 4

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-4{,}31 + 7{,}5 \cdot 2{,}3$.

Ответ: ________________________ .

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $b - a > -c$?

1) $b > a - c$ 2) $-c + a - b < 0$ 3) $b + c > a$ 4) $b - a + c < 0$

3. Вычислите: $\dfrac{11^{-12} \cdot 11^{-11}}{11^{-21}}$.

1) -121 2) 121 3) $-\dfrac{1}{121}$ 4) $\dfrac{1}{121}$

4. Решите уравнение $x + 2 - 6(x - 6) = 6(6 - x) + 6$.

Ответ: ____________________ .

5. Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображённому на рисунке 23.

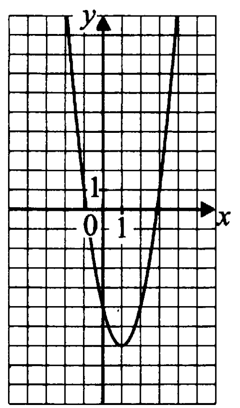


Рис. 23

Ответ: ____________________ .

6. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: $\ldots$; 14; x; -10; -22; $\ldots$ Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ____________________ .

7. Найдите значение выражения $y(7y+4x)+(2x-y)^2$ при $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$.

Ответ: ____________________ .

8. На какой из координатных прямых (см. рис. 24) изображено множество решений неравенства $x^2 + 13x + 40 \leqslant 0$?

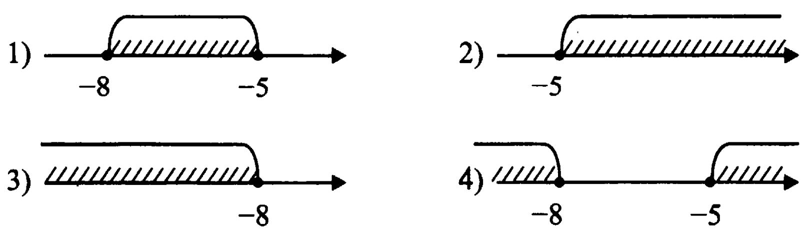


Рис. 24

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 25.

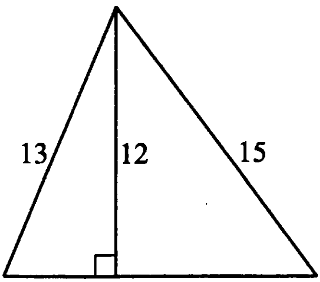


Рис. 25

Ответ: ______________________ .

10. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC = 75$ и $BC = 10$ (см. рис. 26). Построена окружность с центром A, проходящая через C. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.

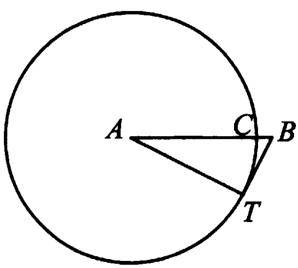


Рис. 26

Ответ: ______________________ .

11. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны CD и $\angle ACD = 72°$ (см. рис. 27). Найдите острый угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ______________________ .

12. Из квадрата вырезали ромб (см. рисунок 28). Найдите площадь получившейся фигуры, если площадь одной клетки равна 1.

Ответ: ______________________ .

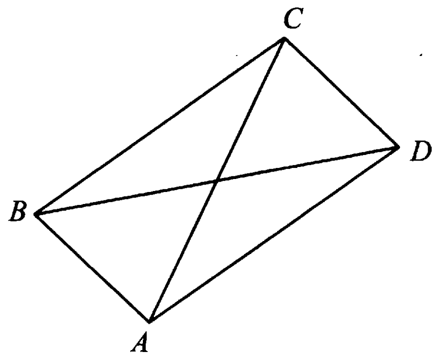


Рис. 27

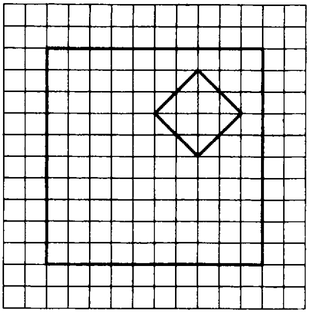


Рис. 28

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Сумма углов пятиугольника равна 360°.

2) Если один из углов вписанного четырёхугольника равен 30°, то противоположный ему угол равен 150°.

3) Диагонали параллелограмма делят его углы пополам.

4) Если в параллелограмме длины диагоналей равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. Магазин проводит рекламную акцию, в рамках которой всем покупателям, сделавшим покупку свыше определённой суммы, дарится скидочная карта. В таблице приведена величина скидки и соответствующая ей сумма покупки (в рублях):

Рекламная акция	
Сумма покупки, руб.	**Величина скидки**
1000	1%
3000	2%
6000	3%
15000	5%

Карту какого номинала получит покупатель, потратив в этом магазине 4500 рублей?

1) 3%   2) 2%   3) 1%   4) не получит карты

15. При нагреве воды происходит её тепловое расширение. На рисунке 29 изображена зависимость объёма 1 тонны воды от температуры. На оси абсцисс откладывается темпаратура в градусах Цельсия, на оси ординат — объём, занимаемый водой (в литрах). При какой температуре объём воды достигает 1020 л? Ответ дайте в градусах Цельсия.

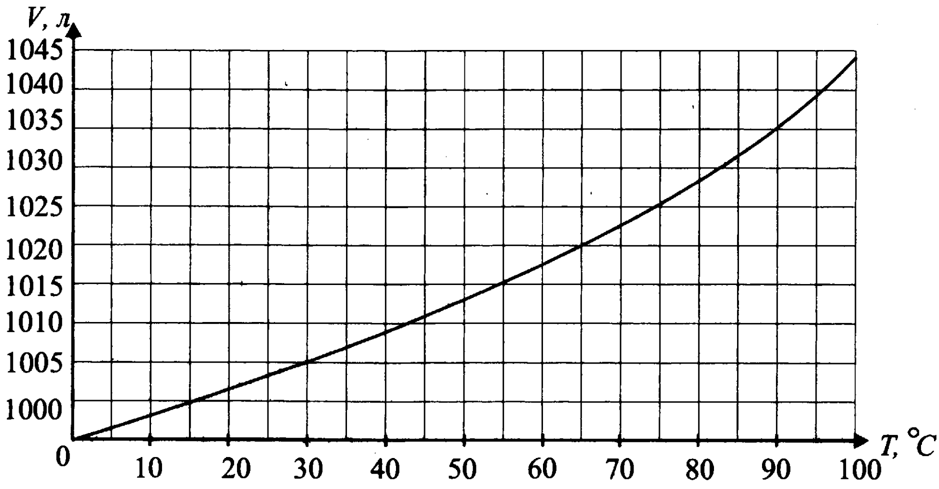


Рис. 29

Ответ: ______________________ .

16. Для получения 100 г джема необходимо смешать 75 г клубники, 10 г малины и 15 г вишни. В каком отношении содержатся в джеме клубника и вишня?

1) 5 : 1   2) 1 : 5   3) 9 : 1   4) 1 : 9

17. Мальчик прошёл от дома по направлению на север 60 м. Затем повернул на восток и прошёл 100 м. После этого он повернул на юг и прошёл ещё 300 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: ______________________ .

18. На круговых диаграммах (см. рис. 30) показано распределение населения Фиджи, Южной Кореи, России и Бразилии по возрастам. Определите по диаграмме, в какой стране доля пожилых людей наименьшая.

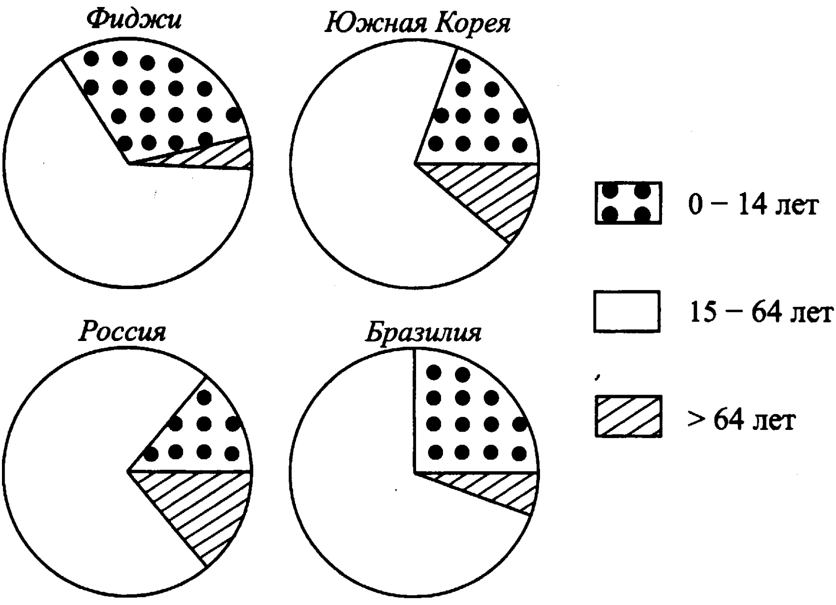


Рис. 30

1) Фиджи

2) Южная Корея

3) Россия

4) Бразилия

19. При игре в техасский покер каждый игрок получает на руки две карты. Известно, что в какой-то момент вероятность получить на руки две карты одинакового достоинства равна 0,17. Найдите вероятность того, что полученные карты будут различного достоинства.

Ответ: ______________________ .

20. Тепловую мощность электрического тока (в ваттах) можно вычислить по формуле $N = \frac{U^2}{R}$, где U — напряжение электрической цепи в вольтах, R — сопротивление электрической цепи в омах. Пользуясь этой формулой, найдите напряжение электрической цепи (в вольтах), тепловая мощность которой составляет 0,03 Ватт, а сопротивление 3 Ом.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + 4x + y^2 = 9, \\ 2x^2 + 8x + 2y^2 = 9y. \end{cases}$

Ответ: ____________________ .

22. Первый катер имеет скорость на 10 километров в час меньше, чем второй катер. Какова скорость (в километрах в час) первого катера, если озеро шириной 60 километров он переплывает за время на 12 минут большее, чем второй катер?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x + 3, \text{ если } x < -1, \\ -2x, \text{ если } -1 \leqslant x < 1, \\ 0{,}5x - 2{,}5, \text{ если } x \geqslant 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон в точках M, K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 52°, 62° и 66°.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ отмечены середины E и F сторон BC и AD. Докажите, что если треугольники ADE и BCF имеют равную площадь, то $ABCD$ — трапеция или параллелограмм.

26. Точки S и T лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 6 и 12 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки S и T и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC = \frac{\sqrt{8}}{3}$.

Вариант № 5

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $7\left(\frac{1}{7}\right)^2 - 15 \cdot \frac{1}{7}$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 31) отмечены числа a и b. Какое из следующих чисел наименьшее?

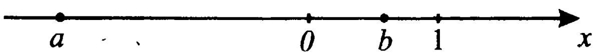


Рис. 31

1) $-a+b$ 2) $a-b$ 3) $3b$ 4) $b-2a$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{10}+5)(\sqrt{10}+5)$ 2) $(\sqrt{10}-5)^2$

3) $\dfrac{5-\sqrt{81}}{2}$ 4) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}$

4. Найдите корни уравнения $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 32) и формулами, которые их задают. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

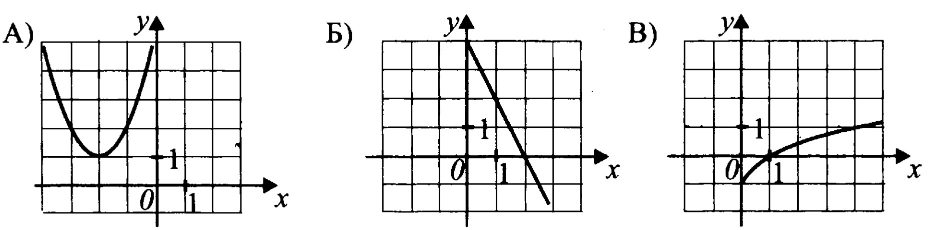


Рис. 32

1) $y = \sqrt{x} - 1$ 2) $y = \sqrt{x-1}$

3) $y = (x+2)^2 + 1$ 4) $y = -2x + 4$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность задана формулой $c_n = -n^2 + 8$. Найдите сумму первых четырёх её членов.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $d(d+3) - (5-d)^2$, найдите его значение при $d = -\frac{2}{13}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ____________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 7x - 12 \leqslant 2, \\ 4 - 2x < 5. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 33) изображено множество её решений?

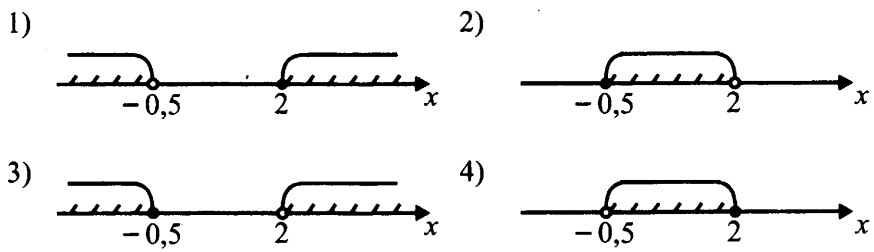


Рис. 33

Модуль «Геометрия»

9. Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы равные $45°$ и $25°$ соответственно (см. рис. 34). Ответ дайте в градусах.

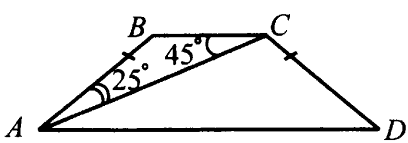


Рис. 34

Ответ: ____________________ .

10. Около треугольника ABC описана окружность с центром в точке O, лежащей на стороне AB. Найдите медиану, проведённую из вершины C к стороне AB, если $AC = 4$, $\smile AC = 60°$ (см. рис. 35).

Ответ: ____________________ .

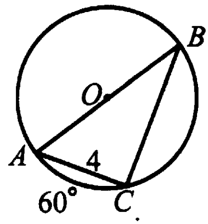


Рис. 35

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 36.

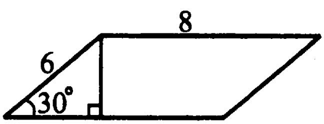


Рис. 36

Ответ: ________________________ .

12. Найдите тангенс угла ABC (см. рис. 37).

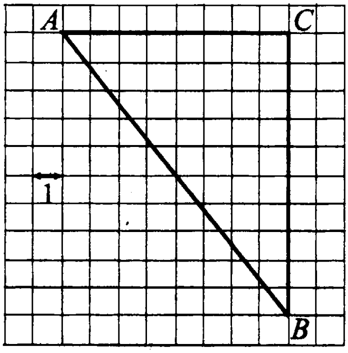


Рис. 37

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Скалярное произведение перпендикулярных векторов равно единице.

2) Для любого четырёхугольника, вписанного в окружность, сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

3) Угол между биссектрисами смежных углов равен 90°.

4) В подобных треугольниках сходственные стороны пропорциональны.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены скорости автомобиля на четырёх участках пути.

Номер участка	1	2	3	4
Скорость	1000 м/мин	$\frac{100}{3}$ м/с	50 км/ч	90 000 м/ч

На каком участке пути скорость автомобиля была наибольшей?

1) 1   2) 2   3) 3   4) 4

15. Грузовая машина выехала с хлебозавода в магазин, где провела некоторое время в процессе разгрузки, и вернулась обратно на хлебозавод. На рисунке 38 изображён график движения этой машины. По горизонтали отмечается время движения машины (в мин), по вертикали — расстояние от хлебозавода (в км). Определите по графику, сколько километров проехала машина за 1 ч 30 мин с момента выезда.

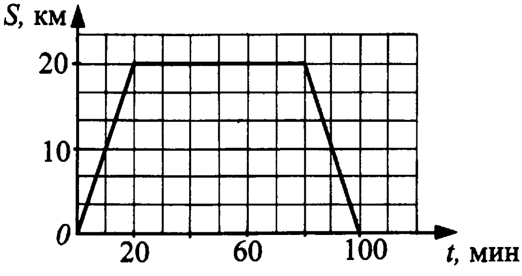


Рис. 38

Ответ: ____________________ .

16. При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 3%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Саше надо положить на счёт своего мобильного телефона не менее 450 рублей. Какую минимальную сумму (в рублях) он должен внести в данный терминал?

Ответ: ____________________ .

17. От вертикального шеста BH были натянуты под прямым углом два шнура AB и CB. Найдите высоту шеста (в м), если $AH = 100$ см, $CH = 144$ см (см. рис. 39).

Ответ: ____________________ .

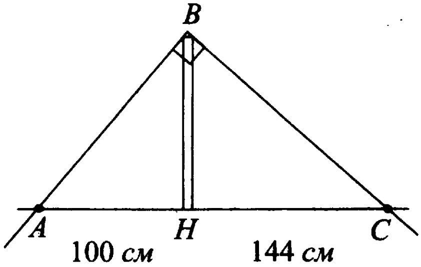


Рис. 39

18. Поквартальную смету планируемых расходов предприятия на год представили в виде круговой диаграммы (см. рис. 40).

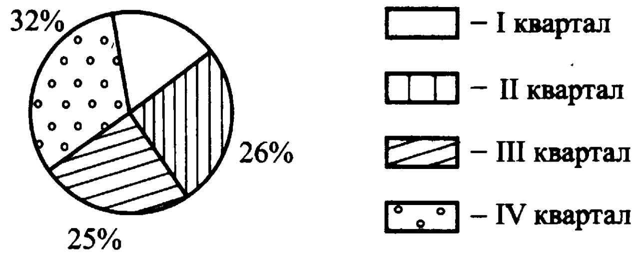


Рис. 40

Какое из утверждений относительно представленных данных является верным, если общий объём годовой сметы расходов составляет 1500 тыс. рублей?

1) Расходы за IV квартал составят менее 400 тыс. рублей.

2) Планируется за II полугодие израсходовать 855 тыс. рублей.

3) За первый квартал планируется израсходовать 20% от общего объёма годовой сметы расходов.

4) За первое полугодие планируется израсходовать приблизительно третью часть суммы.

Ответ: ____________________ .

19. Футбольную секцию посещают 22 человека, среди них два брата, Арсен и Рафик. Посещающих секцию разбивают на две команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Арсен и Рафик окажутся в одной команде. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ____________________ .

20. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, можно найти по формуле $r = \dfrac{a+b-c}{2}$, где a и b катеты, c — гипотенуза. Найдите гипотенузу, если $r = 3$, $a = 8$, $b = 15$.

Ответ: ________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{(202^2-198^2)\cdot 5^{3n-5}}{125^{n-1}}$.

22. Десять одинаковых воланчиков дешевле ракетки на 6%. На сколько процентов пятнадцать таких же воланчиков дороже ракетки?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2+4x-5, & \text{если } x \leqslant 0; \\ \dfrac{-x^2+13x-22}{x-11}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

Определите, при каких значениях параметра p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В треугольнике ABC угол B тупой. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $\cos B = -\dfrac{\sqrt{7}}{3}$, $AC = 6\sqrt{2}$.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 5$, $BC = \sqrt{7}$, $CD = AD = 4$, $AC = 4\sqrt{2}$. Докажите, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

26. В равнобедренном треугольнике ABC из вершины тупого угла B проведён перпендикуляр к боковой стороне BC до пересечения с основанием AC в точке K. Найдите AK, если $AC = 32$, $AB = 20$.

Вариант № 6

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $6\left(\dfrac{1}{6}\right)^2 - 19\cdot\dfrac{1}{6}$.

Ответ: ________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 41) отмечены числа a и b. Какое из следующих чисел наибольшее?

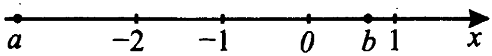


Рис. 41

1) $a - b$ 2) $-a - b$ 3) $2b$ 4) $b - a$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(7 - \sqrt{15})(7 - \sqrt{15})$ 2) $(\sqrt{15} + 7)^2$

3) $\dfrac{17 - \sqrt{49}}{2}$ 4) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}$

4. Найдите корни уравнения $4x^2 - 7x + 3 = 0$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 42) и формулами, которые их задают. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

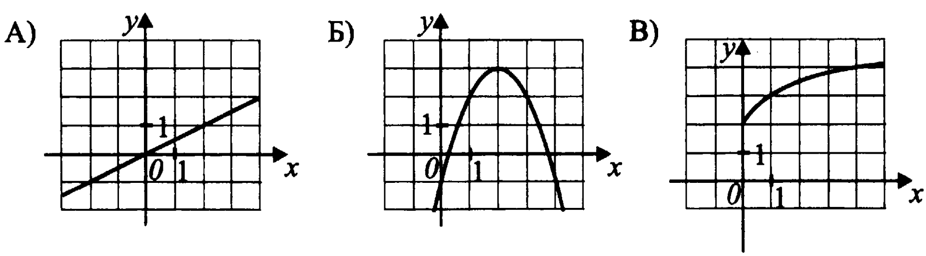


Рис. 42

1) $y = -(x - 2)^2 + 3$ 2) $y = \frac{1}{2}x$

3) $y = -(x + 2)^2 + 3$ 4) $y = 2 + \sqrt{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность задана формулой $c_n = 3n^2 - 10$. Найдите сумму первых четырёх её членов.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $c(c+7)-(3-c)^2$, найдите его значение при $c=-\frac{7}{13}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 3x-10<2, \\ 6-2x \leqslant 9. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 43) изображено множество её решений?

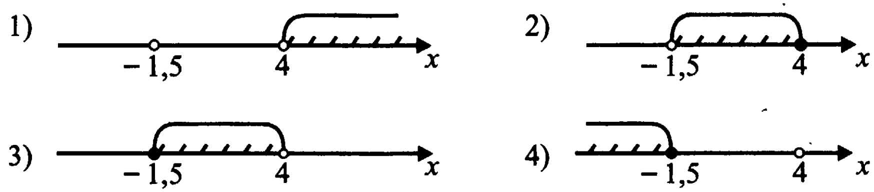


Рис. 43

Модуль «Геометрия»

9. Найдите угол BCD равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ BD образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 40° и 87° соответственно (см. рис. 44). Ответ дайте в градусах.

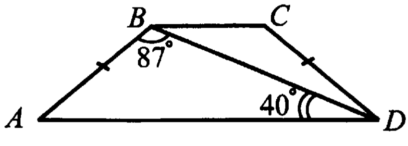


Рис. 44

Ответ: ______________________ .

10. Вписанный угол ACB равен 30°. Найдите длину хорды AB, если радиус окружности равен 5 (см. рис. 45), а центр окружности O лежит на AC.

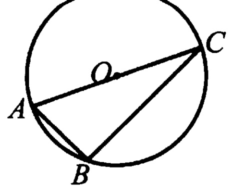


Рис. 45

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 46.

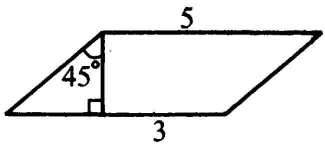


Рис. 46

Ответ: ________________________ .

12. Найдите тангенс угла BAC (см. рис. 47).

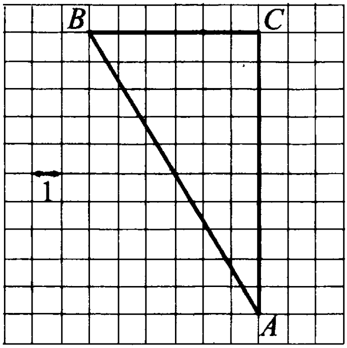


Рис. 47

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Любой внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

2) Если два вектора перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю.

3) Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине катета.

4) Сумма вертикальных углов равна 180°.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены скорости велосипедиста на четырёх участках дороги.

Номер участка	1	2	3	4
Скорость	12000 м/ч	18 км/ч	400 м/мин	$\frac{25}{6}$ м/с

На каком участке пути скорость автомобиля была наибольшей?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. Грузовая машина отправилась из магазина на овощную базу, где провела некоторое время в процессе погрузки, и вернулась обратно по тому же маршруту. На рисунке 48 изображён график движения этой машины. По горизонтали отмечается время движения машины (в мин), по вертикали — расстояние от магазина (в км). Определите по графику, сколько минут машина находилась на базе.

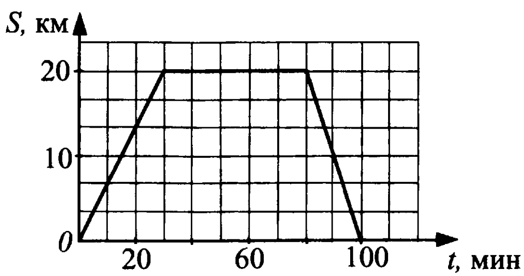


Рис. 48

Ответ: ________________________ .

16. Купив за 100 рублей дисконтную карту, по которой предоставляется 7%-ная скидка, и воспользовавшись этой картой при покупке костюма, Лиза заплатила 18600 рублей. Сколько рублей сэкономила Лиза на этой покупке?

Ответ: ________________________ .

17. Украшая ёлку к Новому году, ребята повесили две гирлянды под прямым углом, закрепив их на верхушке ёлки S и на двух противоположных стенах комнаты в точках B и C. Найдите высоту ёлки (в м), если $AH = DH = 150$ см, $AB = DC = 170$ см (см. рис. 49).

Ответ: ________________________ .

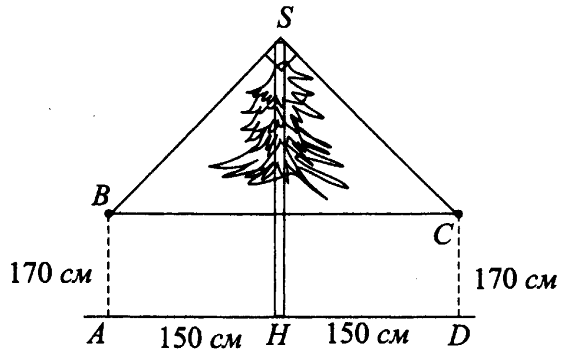


Рис. 49

18. Результаты анализа полученной предприятием прибыли за год представлены в виде круговой диаграммы (см. рис. 50).

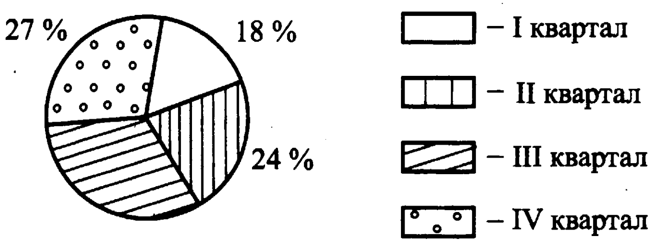


Рис. 50

Какое из утверждений относительно представленных данных является верным, если прибыль за год составила 2400 тыс. рублей?

1) Прибыль за I квартал составила менее 400 тыс. рублей.

2) Суммарная прибыль за второе полугодие составила 58%.

3) Более половины всей прибыли пришлось на 1-е полугодие.

4) Прибыль за II квартал составила пятую часть всей прибыли.

19. Завод производит мобильные телефоны. В среднем на 185 качественных телефонов приходится 25 телефонов со скрытым дефектом. Найдите вероятность того, что купленный мобильный телефон этого завода окажется качественным. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ______________________ .

20. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, можно найти по формуле $r = \dfrac{a+b-c}{2}$, где a и b — катеты, c — гипотенуза. Найдите катет b, если $r = 2$, $a = 5$, $c = 13$.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{(201^2 - 99^2)\cdot 3^{3n-5}}{27^{n-1}}$.

22. Семь одинаковых воланчиков дешевле ракетки на 2%. На сколько процентов девять таких же воланчиков дороже ракетки?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 6x - 7, & \text{если } x < 0; \\ \dfrac{-x^2 + 22x - 57}{x - 19}, & \text{если } x \geqslant 0. \end{cases}$

Определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В треугольнике ABC угол C острый. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $\cos C = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $AB = 4\sqrt{3}$.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 7$, $BC = 24$, $CD = 10\sqrt{3}$, $AD = 5\sqrt{13}$, $AC = 25$. Докажите, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

26. В равнобедренном остроугольном треугольнике ABC с основанием AC из вершины угла B проведён перпендикуляр к боковой стороне BC до пересечения с продолжением основания AC в точке K. Найдите AK, если $AC = 12$, $AB = 10$.

Вариант № 7

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot 4^{-2} + \frac{1}{9} \cdot 3^2$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 51) отмечены числа d и c. Какое из приведённых утверждений верно?

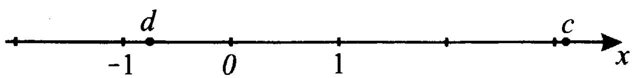


Рис. 51

1) $|d| \cdot c < 0$ 2) $1 - d^2 > 0$ 3) $c + d < 2$ 4) $c^2 \cdot d^3 > 0$

3. Значение какого из выражений является наименьшим?

1) $3 - \sqrt{3}$ 2) $\sqrt{5}$ 3) $5 - \sqrt{4}$ 4) $4 - \sqrt{5}$

4. Решите уравнение $2(x^2 + 1) + 5x = 0$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 52) и формулами, которые их задают.

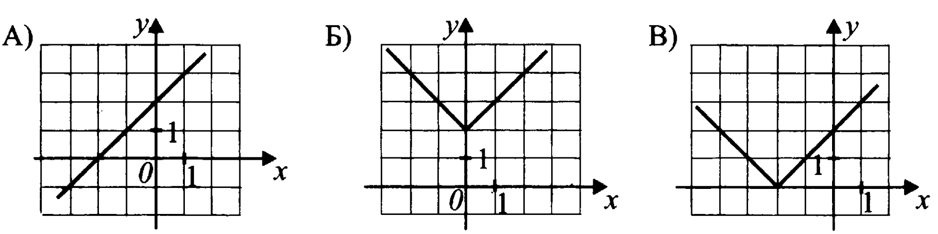


Рис. 52

1) $y = |x| + 2$ 2) $y = x + 2$ 3) $y = |x + 2|$ 4) $y = x - 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой $a_{n+1} = a_n + 5$. Найдите, чему равно отношение $\frac{a_7}{a_1}$, если $a_2 = 8$.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $\frac{1}{(a-b)^2} : \frac{a+b}{2a^3-2a^2b} + \frac{2b^2}{b^2-a^2}$ и найдите его значение при $a = 3,\ b = 6$.

Ответ: ________________________.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x + 8 \geqslant 2, \\ x - 4 < 0 \end{cases}$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 53) изображено множество её решений.

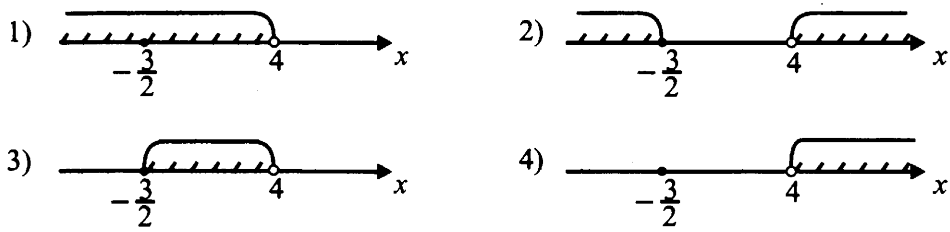


Рис. 53

Модуль «Геометрия»

9. В равностороннем треугольнике ABC к стороне BC проведена высота AF (см. рис. 54). Найдите величину угла BAF. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________________.

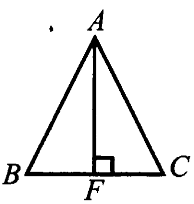


Рис. 54

10. В окружности радиусом 3 с центром в точке O из точки A окружности проведены две хорды, пересекающие окружность в точках B и C (см. рис. 55). Найдите длину хорды CB, если $\angle CAB = 30°$.

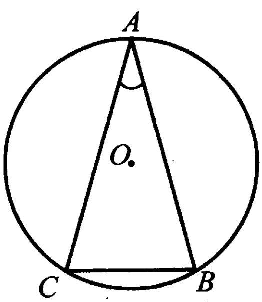


Рис. 55

Ответ: ________________________.

11. Найдите площадь заштрихованной части фигуры, изображённой на рисунке 56.

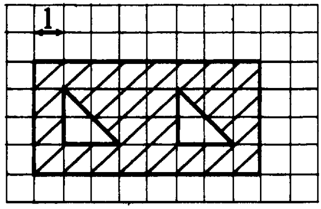


Рис. 56

Ответ: ______________________ .

12. В треугольнике ABC угол B прямой, $AB = 4$, $BC = 3$. Найдите $\cos\angle BAC$ (см. рис. 57).

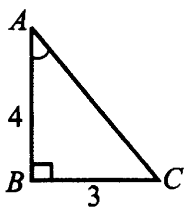


Рис. 57

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) В прямоугольном треугольнике синус одного из углов равен 0.
2) Сумма углов треугольника равна 360°.
3) Около любого треугольника можно описать окружность.
4) Угол между диагоналями квадрата равен 90°.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлено расписание школьных звонков.

Время	8.30 – 9.15	9.25 – 10.10	10.30 - 11.15	11.30 – 12.15
Урок	первый	второй	третий	четвёртый

Когда Маше нужно выйти из дома, чтобы прийти в школу за 10 минут до начала перемены между первым и вторым уроками, если на дорогу от дома до школы она тратит 12 минут?

1) 8.53 2) 9.13 3) 9.59 4) 8.18

15. На графике (см. рис. 58) отражено изменение температуры воздуха в городе N в течение трёх дней апреля. Исходя из приведённых данных, найдите разницу между наибольшей и наименьшей температурами 20 апреля.

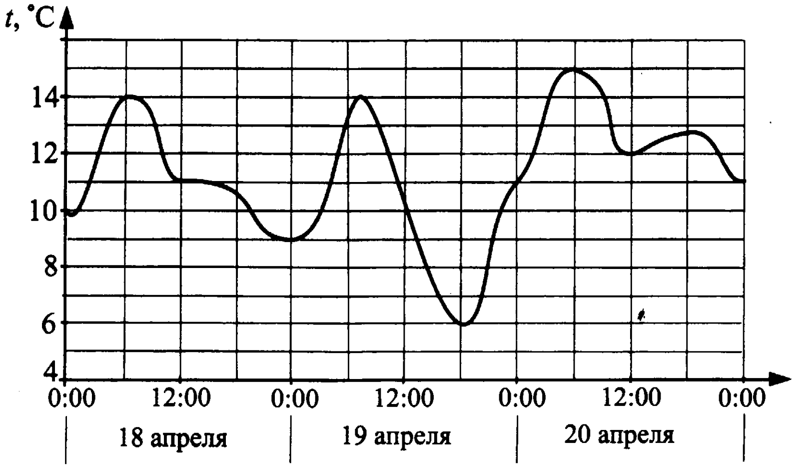


Рис. 58

Ответ: ____________________ .

16. В книжном магазине одновременно действует несколько акций: пенсионерам предоставляется скидка 10%, студентам — 8%, школьникам — 6%. Студент Иван выбрал две книги стоимостью 350 руб. каждая. Сколько рублей сдачи он получит на кассе, если расплатится купюрой достоинством 1000 руб.?

Ответ: ____________________ .

17. Лестница состоит из 16 ступенек, шириной 25 см каждая (см. рис. 59). Найдите высоту каждой ступеньки (в см), если длина перил 5 м.

Ответ: ____________________ .

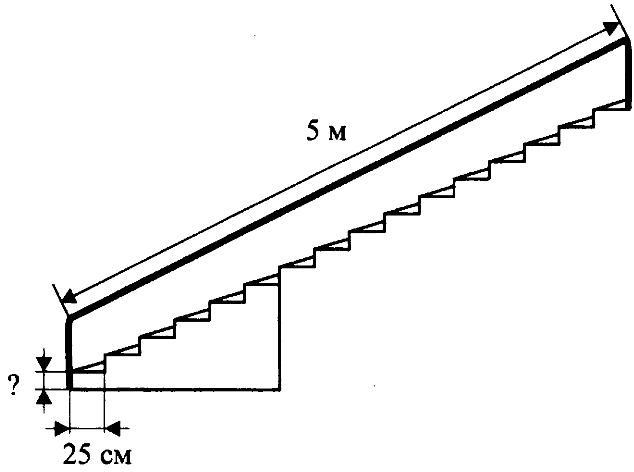


Рис. 59

18. Проданный за день в отделе «Фрукты» товар представили в виде диаграммы (см. рис. 60). Какие из представленных ниже утверждений **неверны**?

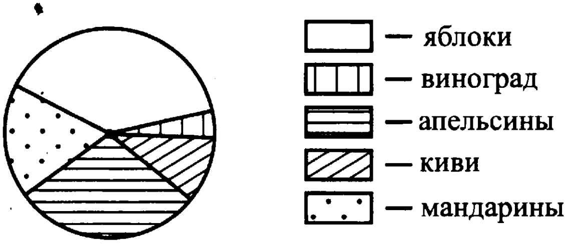


Рис. 60

1) Яблоки и киви составляют примерно половину проданного товара.
2) Киви продали меньше, чем апельсинов.
3) Апельсинов и мандаринов в сумме продали меньше, чем яблок.
4) Винограда продали меньше всего.

Ответ: ________________________ .

19. В коробке находятся 15 шариков четырёх цветов: 6 красных, а жёлтых, синих и зелёных — одинаковое количество. Найдите вероятность того, что мальчик, выбрав наугад, достанет синий шарик.

Ответ: ________________________ .

20. В строительной фирме стоимость поклейки обоев в одной комнате шириной a м и длиной b м рассчитывается по формуле

$200 \cdot ab + \frac{2(a+b) - 0{,}8}{2} \cdot 500$ (рублей). Чему будет равна стоимость поклейки обоев в квадратной комнате шириной 5 м? Ответ дайте в рублях.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y}{4} = 3, \\ 4x - y = 3. \end{cases}$

22. Бригада садовников за несколько дней должна была посадить 240 деревьев, работая с постоянной производительностью труда. Сажая ежедневно на 4 дерева больше, чем предполагалось по плану, бригада выполнила работу на 2 дня раньше срока. Сколько дней бригада затратила на работу?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} (x+3)^2, \text{ при } |x+2| < 3; \\ -\frac{20}{x}, \text{ при } |x+2| \geqslant 3 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. В треугольнике ABC $AB = 8$, $AC = 5$, $\cos \angle BAC = -\frac{11}{80}$. Найдите косинус $\angle BCA$.

25. Из точки A, лежащей вне окружности, выходят лучи AB и AC, пересекающие эту окружность. Докажите, что угол BAC измеряется полуразностью дуг окружности, заключённых внутри этого угла.

26. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов ABC и BCD пересекают основание AD в точках L и K соответственно. Известно, что $AD = \frac{3}{2}AB$, $BL = 8$, $CK = 12$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Вариант № 8

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\right)^2\cdot 9\cdot 2^5+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot 6\cdot 3\cdot 2^{-1}$.

Ответ: ______________.

2. На координатной прямой (см. рис. 61) отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений верно?

Рис. 61

1) $|a|-b>0$ 2) $a+b>0$ 3) $a^2\cdot b<1$ 4) $2b-a<0$

3. Значение какого из выражений является наименьшим?

1) $2-\sqrt{5}$ 2) $1-\sqrt{2}$ 3) $2-\sqrt{1}$ 4) $\sqrt{3}$

4. Решите уравнение $2+3x(x+1)=8$.

Ответ: ______________.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 62) и формулами, которые их задают.

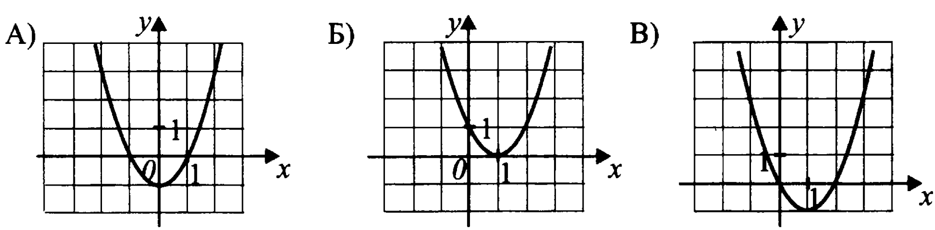


Рис. 62

1) $y=(x-1)^2$ 2) $y=(x-1)^2-1$ 3) $y=(1+x)^2$ 4) $y=x^2-1$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой $a_{n+1}=a_n-4$. Найдите, чему равно отношение $\frac{a_6}{a_3}$, если $a_1=6$.

Ответ: ______________.

7. Упростите выражение $\frac{c}{c^2-b^2} : \frac{1}{c+b} - \frac{b}{c-b}$ и найдите его значение при $c = -2,\ b = 4$.

Ответ: ________________________ .

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} -3x+9 \geqslant 3 \\ x+2<0 \end{cases}$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 63) изображено множество её решений.

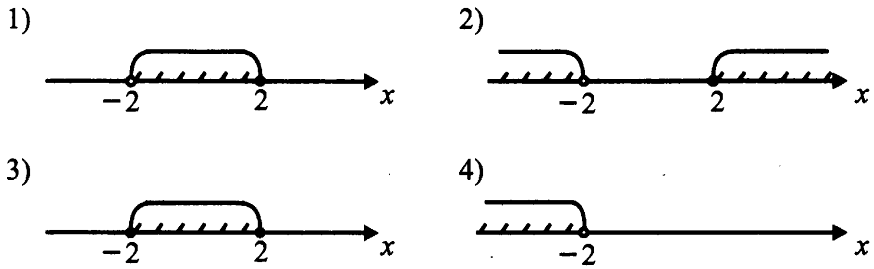


Рис. 63

Ответ: ________________________ .

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC к основанию AC проведена медиана BK (см. рис. 64). Угол $KBC = 20°$. Найдите величину угла BAK. Ответ дайте в градусах.

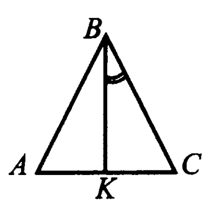


Рис. 64

Ответ: ________________________ .

10. AB и CD — диаметры некоторой окружности с центром в точке O (см. рис. 65). Найдите, чему равен $\angle CDA$, если $\angle AOC = 100°$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________________ .

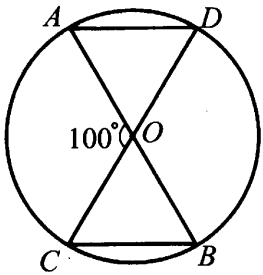


Рис. 65

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 66.

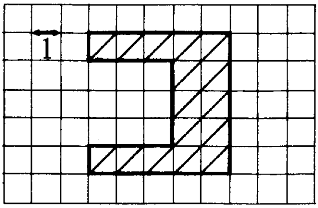


Рис. 66

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC угол C прямой, $AB = 10$, $BC = 6$. Найдите $\sin \angle ABC$ (см. рис. 67).

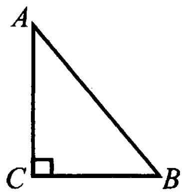


Рис. 67

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Около любого параллелограмма можно описать окружность.

2) В треугольнике любая сторона меньше суммы двух других сторон.

3) Диагонали прямоугольника пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам.

4) В любой треугольник можно вписать окружность.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлено расписание школьных звонков.

Время	8.30 – 9.15	9.25 – 10.10	10.30 - 11.15	11.30 – 12.15
Урок	первый	второй	третий	четвёртый

Дорога от школы до дома занимает у шестиклассника Миши 10 минут. Когда он придёт домой, если, выходя из школы, он слышал звонок, означающий начало четвёртого урока, а по дороге ещё на 5 минут зашёл в магазин?

1) 11.40 2) 11.45 3) 10.45 4) 10.40

15. На графике (см. рис. 68) отражено изменение температуры воздуха в городе N в течение трёх дней апреля. Исходя из приведённых данных, определите, на сколько градусов Цельсия изменилась температура от шести часов утра до полудня 18 апреля.

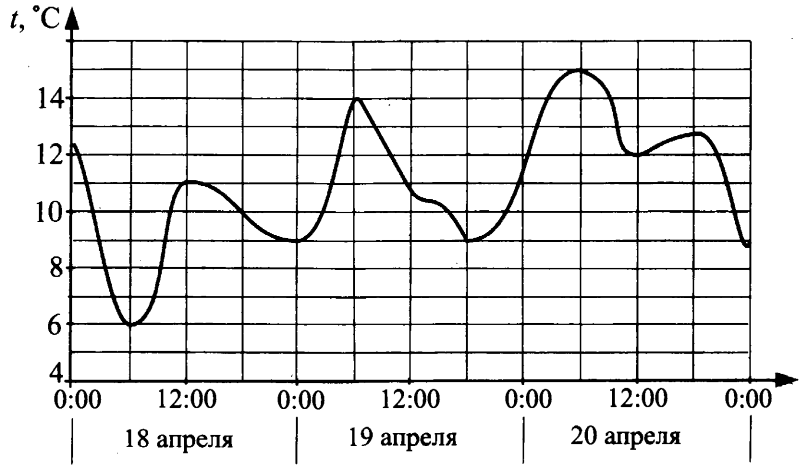


Рис. 68

Ответ: ____________________ .

16. В книжном магазине действует акция: при покупке двух книг покупателю предоставляется скидка 15%, трёх — скидка 26%, четырёх — скидка 30%. Сколько рублей заплатит на кассе Пётр, выбравший книги стоимостью 150 руб., 230 руб. и 270 руб.?

Ответ: ____________________ .

17. В парке с двух сторон от фонаря на одинаковом расстоянии (3 м) растут два дерева: ёлка высотой 1,6 м и тополь высотой 2,4 м. Найдите длину тени тополя (в метрах), если ёлка при таком освещении отбрасывает тень длиной 60 см (см. рис. 69).

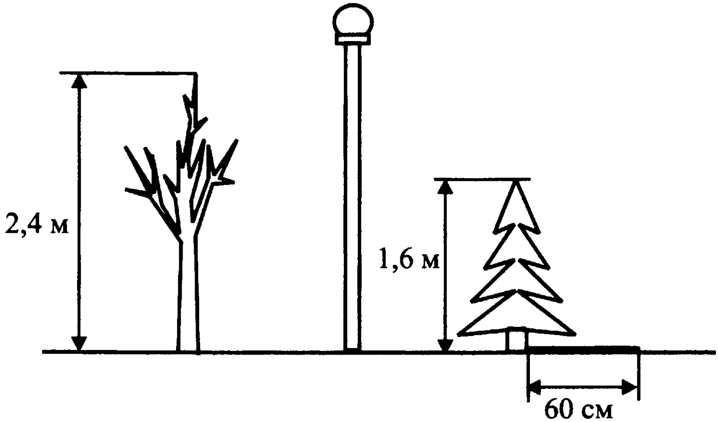


Рис. 69

Ответ: ______________________ .

18. В одной из туристических фирм подвели итоги года. На диаграмме (см. рис. 70) отражены направления, пользующиеся у туристов наибольшим спросом. Какие из утверждений **неверны**? (Считается, что каждый турист побывал ровно в одной стране.)

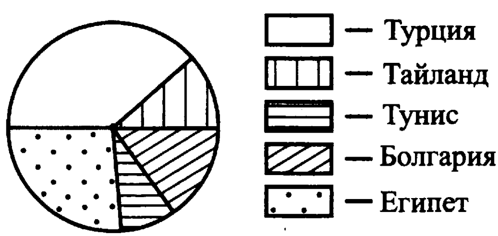


Рис. 70

1) Каждый четвёртый турист посетил Египет.
2) В Египте отдохнуло больше человек, чем в Тунисе.
3) Половина всех отдыхающих посетили Турцию или Тайланд.
4) Самым низким спросом у туристов пользовалась Болгария.

Ответ: ______________________ .

19. В коробке находятся по 4 карандаша четырёх цветов: красные, жёлтые, синие и зелёные. В первый раз ученик вытащил красный карандаш. Найдите вероятность того, что во второй раз, не глядя, он вытащит красный карандаш.

Ответ: ______________________ .

20. В фирме «Весна» стоимость установки металлопластикового окна шириной a м и высотой b м рассчитывается по формуле $\frac{a \cdot b}{2} \cdot 5000 + 600$ (рублей). Чему будет равна стоимость установки двух одинаковых окон размером 1,2 м $\times$ 2 м? Ответ дайте в рублях.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y+x}{4} = 3, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

22. За 1 час опытный рабочий изготавливает на 4 детали больше, чем молодой. За сколько часов они, работая вместе, изготовят 224 детали, если опытный рабочий делает 40 деталей на час быстрее, чем молодой рабочий изготавливает 30 деталей?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} (x+2)^2, \text{ при } |x+1| \leqslant 2 \\ -\frac{3}{x}, \text{ при } |x+1| > 2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график ровно в двух точках.

Модуль «Геометрия»

24. В треугольнике ABC $AB = 9$, $BC = 5$, $AC = 10$. Точка K расположена вне треугольника ABC, KC пересекает AB в точке M. Известно, что $\triangle KAC$ и $\triangle ABC$ подобны. Найдите $\cos\angle AKC$, если $\angle KAC$ — наибольший в $\triangle KAC$.

25. Продолжение хорды AB пересекает касательную к той же окружности в точке D. E — точка касания. Докажите, что верно равенство $DE^2 = DB \cdot AD$.

26. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов ABC и BCD пересекают основание AD в точках E и F соответственно. Известно, что $AD = 4AB$, $BE = 12$, $CF = 8$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Вариант № 9

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $4 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 39$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 71).

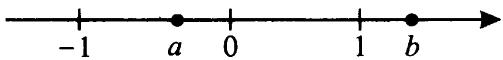


Рис. 71

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a - b$ 2) $b - a$ 3) $2a$ 4) $b - 1$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{3})^3$ 2) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

3) $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}+1)$ 4) $-(\sqrt{7}+1)(1-\sqrt{7})$

4. Найдите корни уравнения $x^2 - 3x - 40 = 0$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 72) и формулами, которые их задают.

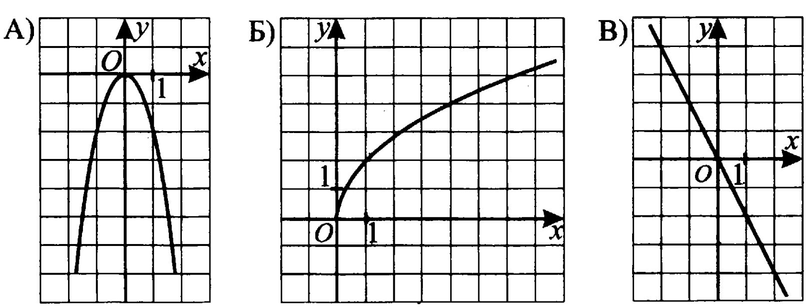


Рис. 72

1) $2\sqrt{x}$ 2) $\sqrt{2x}$ 3) $-2x^2$ 4) $-2x$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия 3; 3,5; 4; ... Найдите сумму первых одиннадцати её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(2-b)^3 - b^2(6-b)$, найдите его значение при $b = 0{,}75$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} x+5 \geqslant 2, \\ 19-4x > 0. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 73) изображено множество её решений?

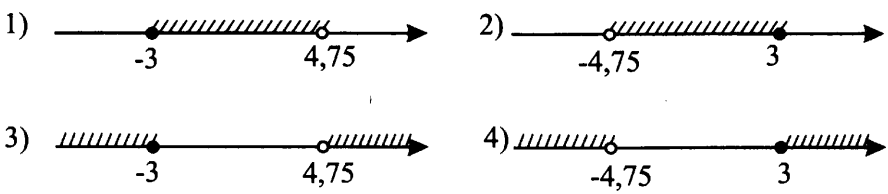


Рис. 73

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC внешний угол при вершине C равен 160° (см. рис. 74). Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.

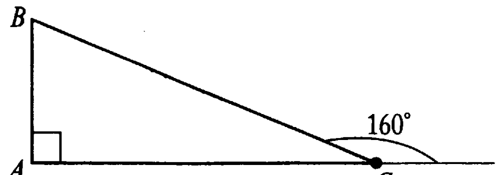


Рис. 74

Ответ: ______________________ .

10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AP и секущая AC (см. рис. 75). Найдите AP (в см), если $CB = 6$ см, $AB = 2$ см.

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 76.

Ответ: ______________________ .

12. Найдите тангенс угла AOB, изображённого на рисунке 77.

Ответ: ______________________ .

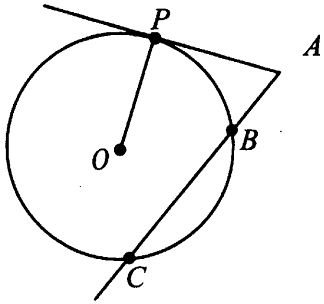


Рис. 75

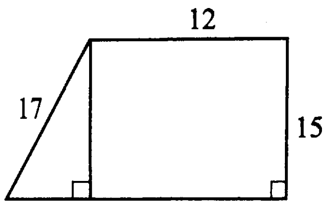


Рис. 76

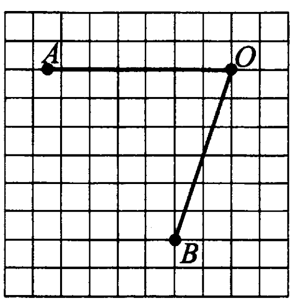


Рис. 77

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Существует прямоугольный треугольник со сторонами 5, 12, 13.

2) Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.

3) Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полусумме оснований.

4) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Длина, см	210	200	180	180	170	155

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 1,9 м?

1) 5 2) 4 3) 3 4) норматив не выполнен

15. На рисунке 78 жирными точками изображён прогнозный график изменения атмосферного давления в городе Москве на 10 дней. Для наглядности точки соединены линией.

Рис. 78

Определите, какое давление (в гПа) прогнозируется на 24 число.

Ответ: ____________________ .

16. Стоимость билета на утренний сеанс мультфильма составляет 165 рублей. Детям до 12 лет предоставляется скидка 40%. Сколько рублей стоят билеты на этот сеанс для 5 взрослых и 4 детей (до 12 лет)?

Ответ: ____________________ .

17. Найдите расстояние (в м) между двумя прожекторами, закреплёнными на штативах, если эти прожекторы закреплены на высоте 2 м и 8 м, и расстояние между штативами 8 метров (см. рис. 79).

Ответ: ____________________ .

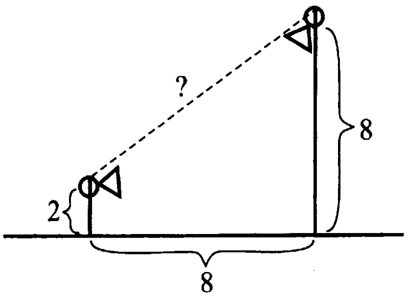


Рис. 79

18. На круговой диаграмме (см. рис. 80) представлены данные о распределении площади лесного хозяйства под разведение различных видов деревьев.

Рис. 80

Какие утверждения относительно представленной диаграммы верны, если данное лесное хозяйство занимает площадь в 240 гектаров?

1) На более чем половине площади лесного хозяйства произрастают дубы и ясени.

2) На трети площадей лесного хозяйства произрастает липа серцевидная.

3) Более четверти площадей лесного хозяйства занято под произрастание дуба черемчатого.

4) Более 60 гектаров лесного хозяйства занимает вяз малый.

Ответ: ______________________ .

19. В лабораторном шкафу стоят 5 бутылей с физраствором, 7 — с дистиллированной водой и 4 — со спиртом. Какова вероятность наудачу вытащить из этого шкафа бутыль со спиртом?

Ответ: ______________________ .

20. Перемещение S (в м) при равноускоренном движении некоторого тела с нулевой начальной скоростью можно вычислить по формуле $S = 3t^2$, где t — время (в с).

Пользуясь этой формулой, определите, через сколько секунд после начала движения перемещение будет равно 48 м.

Ответ: ________________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{3^{2n+2} \cdot 5^{n-2}}{45^{n+1}}$.

22. Катер и моторная лодка должны перевезти группу людей от пристани до острова и обратно. Скорость течения реки, по которой им предстоит идти, 3 км/ч, расстояние от пристани до острова 21 км. Путь до острова (против течения) занимает у катера в 2 раза больше времени, чем у лодки. На сколько минут раньше моторной лодки нужно выйти катеру в обратный путь, чтобы прийти обратно одновременно с лодкой, если известно, что обратный путь лодки занимает 35 минут?

23. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 52x^2 + 576}{(x+6)(x-4)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C к гипотенузе AB проведена высота CH. Найдите тангенс угла ABC, если $AC = 8$, $CH = 4\sqrt{3}$ и $HB = 12$.

25. Точки A, B, C и D — середины сторон некоторой трапеции. Докажите, что если $ABCD$ — ромб, то эта трапеция равнобедренная.

26. Средняя линия $\triangle ABC$ пересекает сторону AB в точке M и сторону BC, равную 5, в точке N. Найдите отношение, в котором делит биссектриса угла C отрезок MN, считая от точки M, если $AC = 7$.

Вариант № 10

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $28\left(\frac{1}{7}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{14}$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа c и d (см. рис. 81).

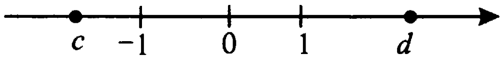


Рис. 81

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $-d$ 2) $c-1$ 3) $c-d$ 4) $d-c$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(5+\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{3})$ 2) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

3) $\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$ 4) $(\sqrt{2})^3$

4. Найдите корни уравнения $x^2+8x-33=0$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 82) и формулами, которые их задают.

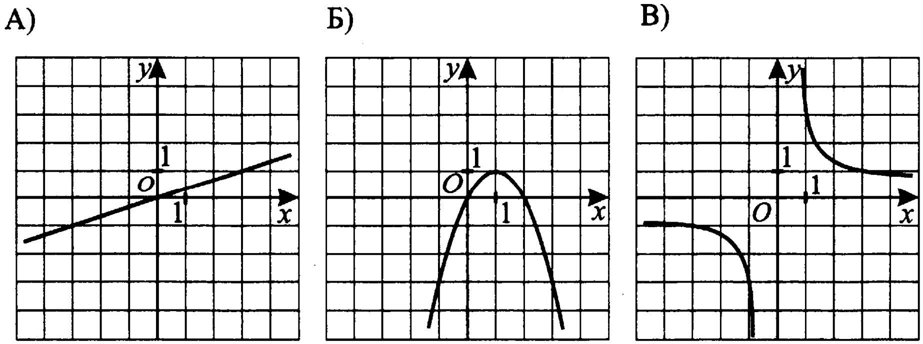


Рис. 82

1) $y = -(x-1)^2 + 1$ 2) $y = -(x+1)^2 + 1$ 3) $y = \frac{x}{3}$ 4) $y = \frac{3}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия 10; 7; 4; … Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(4 + b)^3 - b^2(b + 12)$, найдите его значение при $b = -1{,}5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x + 17 \leqslant 0, \\ 2x - 1 \leqslant 5. \end{cases}$ На какой координатной прямой (см. рис. 83) изображено множество её решений?

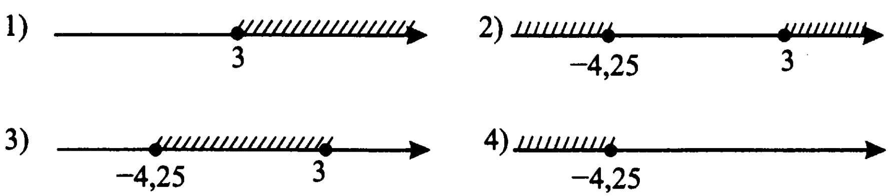


Рис. 83

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC угол B равен 80°, AC — основание (см. рис. 84). Найдите величину внешнего угла при вершине C в градусах.

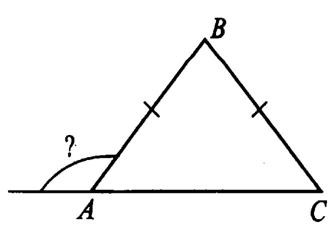


Рис. 84

Ответ: ______________________ .

10. К окружности проведены 2 секущие BA и CD, пересекающиеся в точке E (см. рис. 85). Найдите длину AB (в см), если $CD = 9$ см, $ED = 3$ см, $EB = 4$ см.

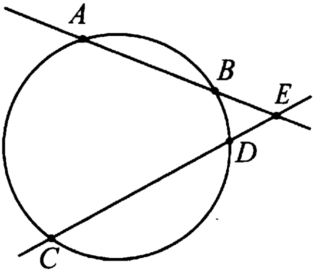


Рис. 85

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 86.

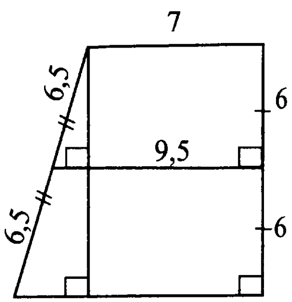


Рис. 86

Ответ: ______________________ .

12. Найдите котангенс угла AOB, изображённого на рисунке 87.

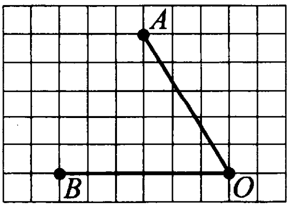


Рис. 87

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера верных утверждений:

1) Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, не пересекаются.

2) Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

3) Существует прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 и катетами 6 и 10.

4) Угол между биссектрисами смежных углов равен 90°.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 2 км для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, мин	8,2	9,2	9,45	10	11,2	12,05

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 11,1 мин?

1) 5 2) норматив не сдан 3) 3 4) 4

15. На рисунке 88 изображён прогнозный график изменения атмосферного давления в Ростове-на-Дону на 10 дней февраля. Для наглядности жирные точки соединены линией.

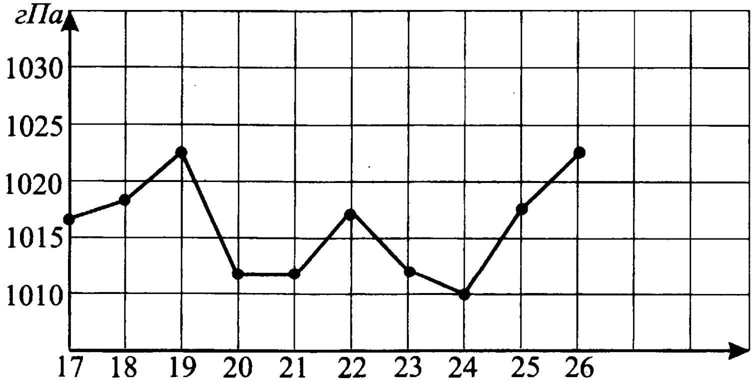


Рис. 88

Определите, какого числа впервые за данный в прогнозе период давление опустится до 1010 гПа.

Ответ: ______________________ .

16. Детский билет в зоопарк стоит 120 рублей, это составляет 60% от стоимости взрослого билета в этот же зоопарк. Сколько рублей стоят билеты для 10 детей и 2 взрослых?

Ответ: ________________________ .

17. Между стеной и полом студии натянута верёвка (см. рис. 89). Через 4 метра от крепления на полу и в 8 метрах от стены верёвка дополнительно закреплена на штативе высотой 2,5 метра. Найдите, на какой высоте (в м) закреплена верёвка на стене.

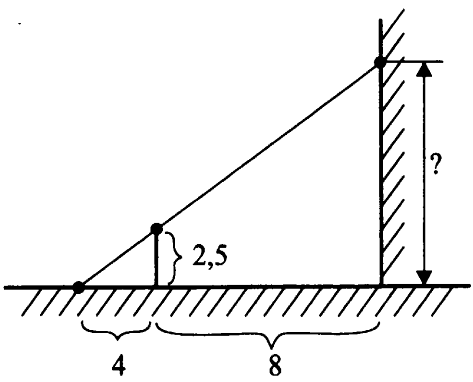


Рис. 89

Ответ: ________________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 90) представлены данные о распределении бассейнов рыбного хозяйства под разведение различных видов рыб.

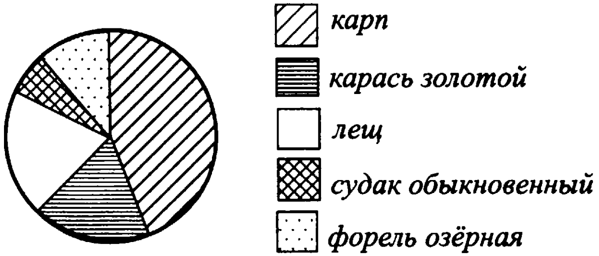


Рис. 90

Какие утверждения относительно представленной диаграммы верны, если всего в данном рыбном хозяйстве 50 бассейнов?

1) Более четверти бассейнов рыбного хозяйства занято под разведение леща и золотого карася.

2) Примерно в 20 бассейнах рыбного хозяйства разводят форель.

3) В 2 раза меньшее число бассейнов отведено под разведение судака в сравнении с числом бассейнов, предназначенных для разведения карпа.

4) От 40% до 50% бассейнов занято под разведение карпа.

Ответ: ____________________ .

19. В коробке для хранения лотерейных билетов магазина осталось 4 билета, по которым можно выиграть подарочные сертификаты, 5 билетов, вытянув которые можно получить 50%-ную скидку на следующую покупку, и 11 пустых билетов. Какова вероятность, вытянув один билет этой лотереи, не получить подарочный сертификат?

Ответ: ____________________ .

20. Перемещение S (в м) при равноускоренном движении некоторого тела с начальной скоростью 1 м/с можно вычислить по формуле $S = t + 2t^2$, где t — время (в с).

Пользуясь этой формулой, определите, через сколько секунд после начала движения перемещение будет равно 10 м.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{7^{n+1} \cdot 2^{3n-4}}{56^{n-1}}$.

22. Из двух городов A и B в 15:00 навстречу друг другу выехали два поезда. Поезд, вышедший из A, прибыл в B в 20:42, поезд, вышедший из B, прибыл в A ещё через 38 минут. Определите, через сколько минут после отправления эти поезда встретились, если расстояние между A и B 285 км.

23. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x-5)(x+1)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A на гипотенузу BC опущена высота AH. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $BH = 6$, $HC = 2$.

25. $ABCD$ — трапеция, точка O — точка пересечения её диагоналей, равноудалена от боковых сторон AB и CD. Докажите, что трапеция $ABCD$ — равнобедренная.

26. Вокруг четырёхугольника $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $DC = \sqrt{6}$ описана окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Найдите отношение $BE : ED$, если AE относится к EC как $3 : 2$.

Вариант № 11

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $25 \cdot \frac{1}{11} - \left(\frac{1}{11}\right)^2 \cdot 33$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа c и d (см. рис. 91).

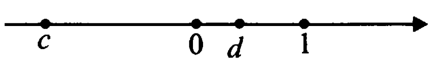


Рис. 91

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $-c$ 2) $d - c$ 3) $c + d$ 4) $2c$

Ответ: ____________________ .

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$ 2) $(\sqrt{5} - 2)(2 + \sqrt{5})$ 3) $(4 - \sqrt{8})^2$ 4) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{4}$

Ответ: ____________________ .

4. Найдите корни уравнения $x^2 - 4x - 5 = 0$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 92) и формулами, которые их задают.

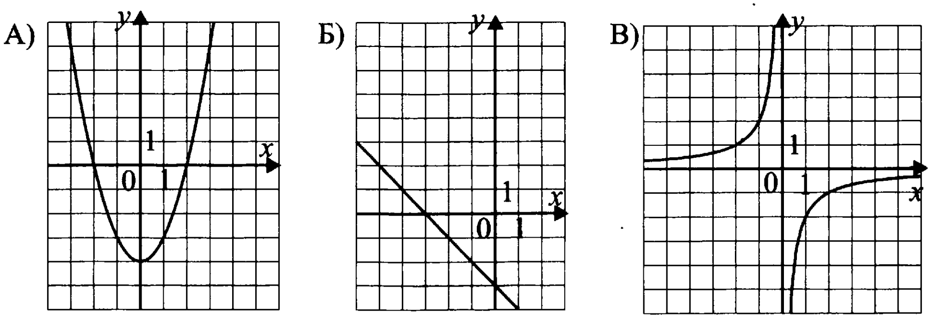


Рис. 92

1) $y = -x - 3$; 2) $y = -\frac{x}{3}$; 3) $y = -\frac{2}{x}$; 4) $y = x^2 - 4$.

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия 25; 21; 17; ... . Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(3 - m)^2 - (m - 6)m$ и найдите его значение при $m = 1{,}5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 15 - 4x \leqslant 0, \\ x + 7 \geqslant 13. \end{cases}$ На какой координатной прямой (см. рис. 93) изображено множество её решений?

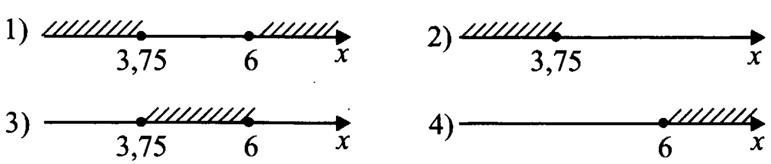


Рис. 93

Ответ: ______________________ .

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике KLM с основанием KM угол при вершине M равен 32° (см. рис. 94). Найдите величину внешнего угла при вершине L. Ответ дайте в градусах.

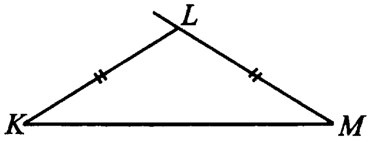


Рис. 94

Ответ: ____________________ .

10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB (B — точка касания) и секущая AO. Найдите длину отрезка секущей AO (см. рис. 95), если $AB = 40$ мм, $OB = 30$ мм. Ответ дайте в мм.

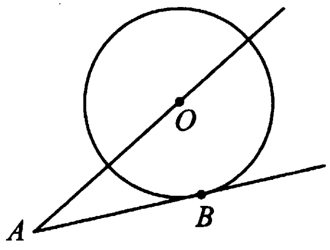


Рис. 95

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 96.

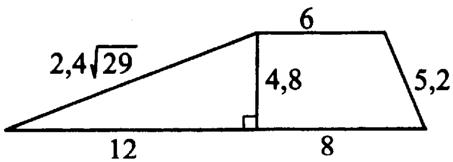


Рис. 96

Ответ: ____________________ .

12. Найдите тангенс угла DOC, изображённого на рисунке 97.

Ответ: ____________________ .

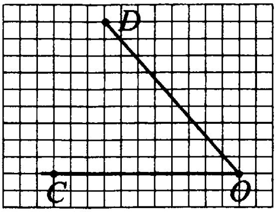


Рис. 97

13. Укажите номера верных утверждений.

1) В треугольнике против большего угла лежит бóльшая сторона.

2) В прямоугольном треугольнике гипотенуза меньше катета.

3) Если высóты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.

4) Около четырёхугольника всегда можно описать окружность.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены данные о среднесуточной температуре воздуха в различных городах России за 21 января.

Якутск	−50°
Екатеринбург	−46°
Пермь	−40°
Мурманск	−20°
Петербург	−25°
Ростов-на-Дону	−20°
Благовещенск	−19°

Укажите количество городов, в которых среднесуточная температура заключена в пределах от −40° до −20° (включительно).

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. На рисунке 98 жирными точками показана среднесуточная температура в городе R с 10 по 30 марта (в градусах Цельсия). По горизонтальной оси указываются числа месяца, по вертикальной — средняя температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в период с 15 по 26 среднесуточная температура была выше 7 градусов Цельсия.

Ответ: ______________________ .

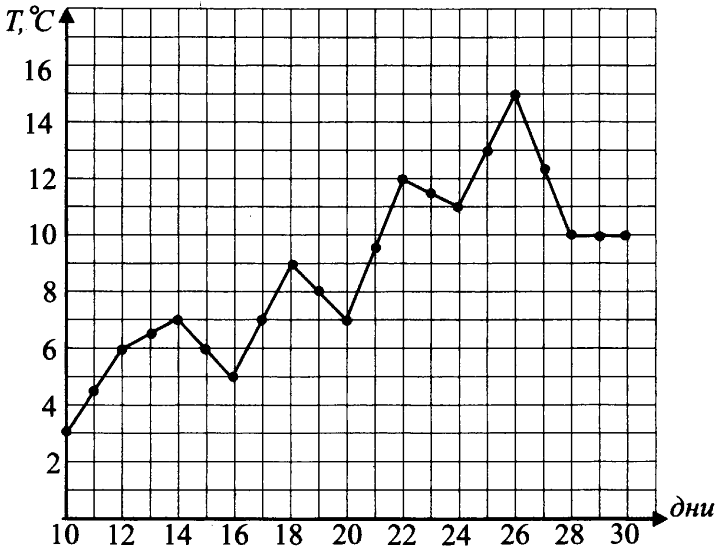


Рис. 98

16. Розничная цена учебника 180 рублей, при этом оптовая цена на 30% ниже розничной. При покупке 25 таких учебников по оптовой цене покупатель отдал кассиру 5000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: ________________________ .

17. В солнечный день человек ростом 1,6 м стоит рядом с фонарным столбом. Длина тени человека равна 3,2 м. Длина тени, отбрасываемой фонарным столбом, равна 5,6 м. Определите высоту фонарного столба (в метрах).

Ответ: ________________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 99) представлены результаты контрольной работы по математике в 9-х классах школы.

Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы верны, если в школе всего 200 девятиклассников?

1) Отметку «2» получили меньше 40 учащихся.
2) Отметку «3» или «4» получили более 80% учащихся.
3) Отсутствовали или получили отметку «2» менее четверти учащихся.
4) Отметку «5» получили менее 2% учащихся.

Ответ: ________________________ .

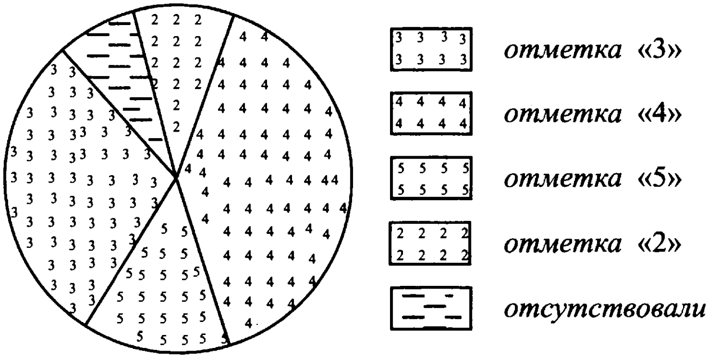


Рис. 99

19. В шкафу на полках стоят одинаковые непрозрачные банки с вареньем: 9 — с абрикосовым, 5 — с вишнёвым, 6 — со смородиновым. Ваня наугад берёт одну банку. Найдите вероятность того, что эта банка окажется с вишнёвым вареньем.

Ответ: ____________________ .

20. Длину окружности C (в сантиметрах) приближённо можно вычислить по формуле $C = 2\pi R$, где R — длина радиуса (в сантиметрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину радиуса (в сантиметрах), если длина окружности равна 60 см. Число π считайте равным 3.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{98^{n+1}}{7^{2n+1}\cdot 2^{n-1}}$.

22. Туристы в 7 часов утра отправились на катере от пристани против течения реки, через некоторое время сделали остановку, отдыхали 6 часов и вернулись обратно в 19 часов вечера того же дня. На какое расстояние от пристани они отплыли, если скорость течения реки равна 4 км/ч, а собственная скорость катера 8 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 17x^2 + 16}{(x+1)(x-4)}$. Найдите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Луч LM касается окружности с центром O в точке M (см. рис. 100). Найдите угол MLO, если дуга MK, заключённая внутри этого угла, равна 130°. Ответ дайте в градусах.

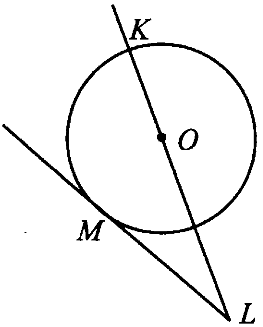


Рис. 100

25. Из концов диаметра FL данной окружности проведены перпендикуляры FF_1 и LL_1 к касательной, которая не перпендикулярна к диаметру FL. Докажите, что точка касания является серединой отрезка F_1L_1.

26. Площадь треугольника ABC равна 140. На стороне AB взяты точки M и N, на стороне BC — P и T, а на стороне AC — точки M_1, N_1, P_1 и T_1. Известно, что $AM : MN : NB = 2 : 1 : 2$, $CP : PT : TB = 5 : 1 : 1$, $MM_1 \parallel NN_1 \parallel BC$, $PP_1 \parallel TT_1 \parallel AB$. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются точки пересечения прямых MM_1, NN_1, PP_1, TT_1.

Вариант № 12

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $35 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 - 26 \cdot \frac{1}{7}$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа m и n (см. рис. 101).

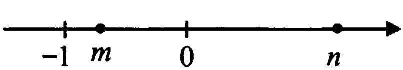


Рис. 101

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $-n$ 2) $n-m$ 3) $2m$ 4) $m-n$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\frac{(\sqrt{7})^2}{\sqrt{14}}$ 2) $(\sqrt{7}\cdot\sqrt{6})$ 3) $(\sqrt{7}+5)(\sqrt{7}-5)$ 4) $(2-\sqrt{7})^2$

4. Найдите корни уравнения $x^2+5x-24=0$.

Ответ: ______________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 102) и формулами, которые их задают.

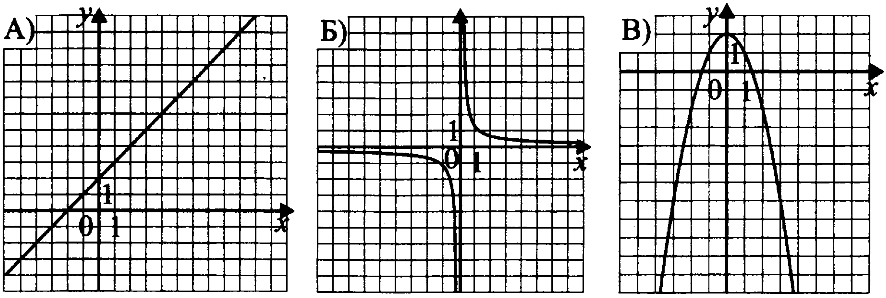


Рис. 102

1) $y=\frac{1}{x}$ 2) $y=\sqrt{x}$ 3) $y=-x^2+2$ 4) $y=x+2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия $-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; -1; \ldots$. Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: ______________ .

7. Упростите выражение $k(k-6)-(8-k)^2$, найдите его значение при $k=0{,}6$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 17 + 4x \geqslant 0, \\ x + 2 \leqslant 8. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 103) изображено множество её решений?

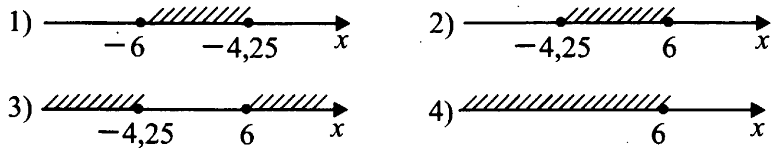


Рис. 103

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол A равен 66° (см. рис. 104). Найдите величину внешнего угла при вершине B. Ответ дайте в градусах.

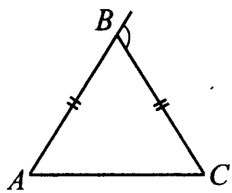


Рис. 104

Ответ: ____________________ .

10. К окружности с центром в точке O проведена секущая BO и касательная BA, A — точка касания (см. рис. 105). Найдите длину отрезка AB, если $BO = 15$ см, а радиус окружности $OA = 9$ см. Ответ дайте в сантиметрах.

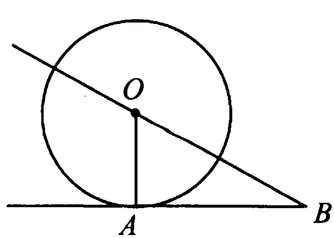


Рис. 105

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 106.

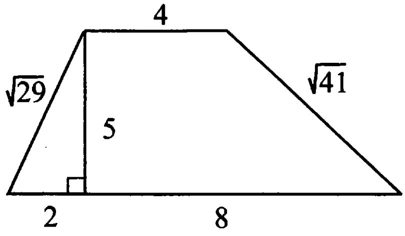


Рис. 106

Ответ: ________________________ .

12. Найдите тангенс угла BOA, изображённого на рисунке 107.

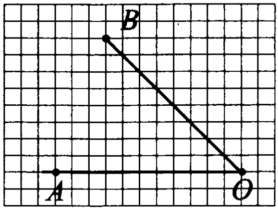


Рис. 107

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Треугольник со сторонами 3, 4, 5 существует.
2) В прямоугольном треугольнике катет больше гипотенузы.
3) Если в треугольнике два угла равны 60°, то такой треугольник — равносторонний.
4) В треугольнике против меньшего угла лежит бóльшая сторона.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены данные о средненедельной температуре воздуха в различных городах России за последнюю неделю июля.

Якутск	+15°
Екатеринбург	+20°
Мурманск	+15°
Петербург	+24°
Ростов-на-Дону	+30°
Благовещенск	+32°

Укажите количество городов, в которых средненедельная температура заключена в пределах от +20° до +30° (включительно).

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. На рисунке 108 показано жирными точками суточное количество осадков, выпавших в городе R с 10 по 28 октября. По горизонтальной оси указываются числа месяца, по вертикальной — количество осадков, выпавших в этот день (в миллиметрах). Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в период с 15 по 26 октября вообще не выпадало осадков.

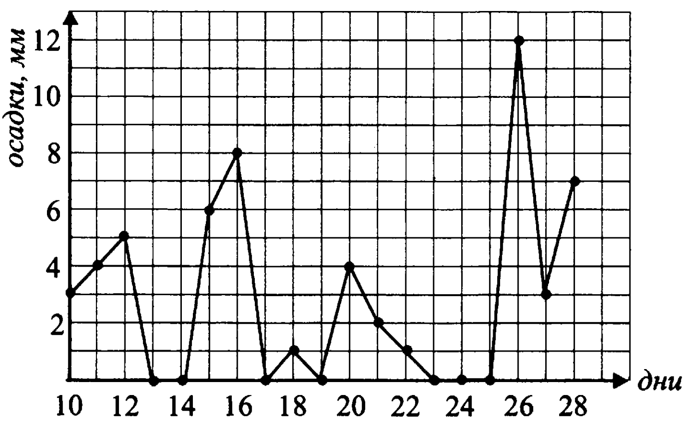


Рис. 108

Ответ: ____________________ .

16. Стоимость билета в музей изобразительных искусств 154 рубля. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит посещение музея группе из 2 взрослых и 25 школьников?

Ответ: ____________________ .

17. Ёлочка стоит рядом с тополем высотой 8 м. Длина тени, отбрасываемой тополем, равна 5 м, а длина тени, отбрасываемой ёлочкой, равна 1 м 40 см. Найдите высоту ёлочки (в метрах).

Ответ: ____________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 109) представлены результаты контрольной работы по русскому языку в 9-х классах школы.

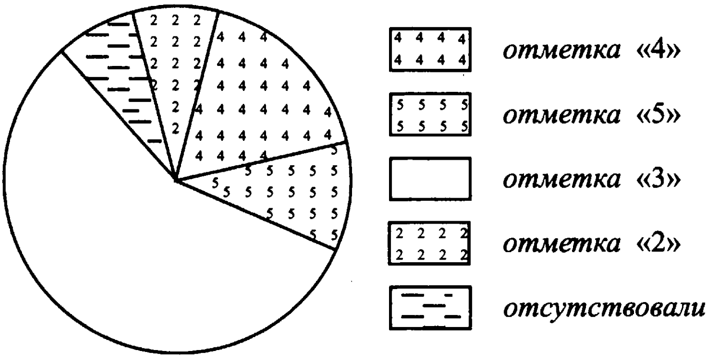


Рис. 109

Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы верны, если в школе всего 100 девятиклассников?

1) Отметку «4» или «5» получили около четверти учащихся.

2) Около трети учащихся получили отметку «2» или отсутствовали на контрольной работе.

3) Отметку «3», «4» или «5» получили более 90 учащихся.

4) Более половины учащихся получили отметку «3».

Ответ: ______________________ .

19. Студент к экзамену по математике подготовил 16 билетов из 25. Какова вероятность того, что ему попадётся один из билетов, которые он не подготовил?

Ответ: ______________________ .

20. Радиус сектора можно вычислить по формуле $R = \sqrt{\frac{360S}{\pi\alpha}}$, где S — площадь сектора, α — градусная мера дуги, ограничивающей сектор. Пользуясь этой формулой, найдите площадь сектора (в см^2), ограниченного дугой 30°, радиус которого равен 6 см. Считать π равным 3.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{75^{n+2}}{5^{2n+3}\cdot 3^{n-1}}$.

22. Туристы в 8 часов утра отправились от пристани по течению реки на моторной лодке. Через некоторое время они причалили к берегу, 4 часа отдыхали и вернулись обратно в 18 часов того же дня. На какое расстояние от пристани они отплыли, если скорость течения равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 8 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \frac{x^4-5x^2+4}{(x-2)(x+1)}$. Найдите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике LMN с прямым углом N известны катеты $LN = 9$ и $NM = 12$. Найдите медиану NK.

25. Прямые LK и LM касаются окружности с центром в точке O в точках K и M. Точка N симметрична точке O относительно точки M. Докажите, что $\angle KLN = 3\angle MLN$.

26. На стороне AB треугольника ABC взяты точки N и M, на BC — K и L, на AC — N_1, M_1, K_1, L_1, при этом $AN : NM : MB = 3 : 2 : 3$, $BK : KL : LC = 1 : 2 : 6$, $KK_1 \parallel LL_1 \parallel AB$, $MM_1 \parallel NN_1 \parallel BC$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь четырёхугольника с вершинами в точках пересечения прямых KK_1, LL_1, MM_1, NN_1 равна 18.

Вариант № 13

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{5{,}7+2{,}46}{1{,}6}\cdot\frac{2}{3}$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой отмечены (см. рис. 110) числа m и p.

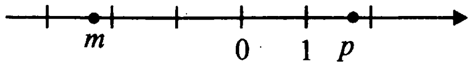


Рис. 110

Какое из следующих утверждений верно?

1) $-m < 0$ 2) $m + p > 0$ 3) $mp^2 < 0$ 4) $1 < p + 1 < 2$

3. В каком случае числа $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}$ и 5 расположены в порядке убывания?

1) $5,\ 2\sqrt{5},\ 3\sqrt{3}$ 2) $3\sqrt{3},\ 2\sqrt{5},\ 5$ 3) $2\sqrt{5},\ 5,\ 3\sqrt{3}$ 4) $3\sqrt{3},\ 5,\ 2\sqrt{5}$

4. Решите уравнение $2(x-4) - 5(3x-2) = 41$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками (см. рис. 111) и формулами, которые их задают.

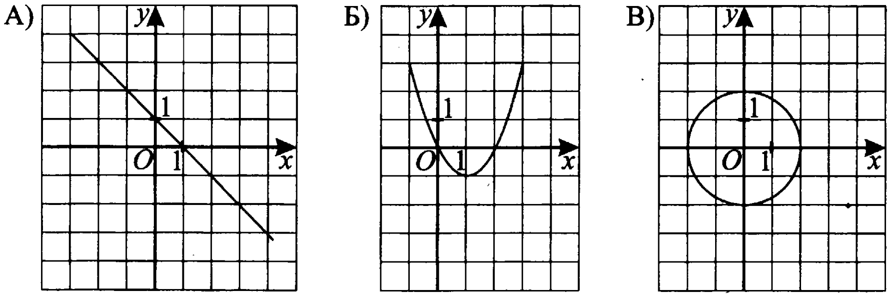


Рис. 111

1) $x^2 + y^2 = 4$ 2) $y = -x^2 + 2x$ 3) $y = x^2 - 2x$ 4) $y = 1 - x$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана условиями $a_2 = 7$, $a_3 = 5$. Найдите a_{11}.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{a^3 - 9a}{a^2 + 6a + 9} - a$ и найдите его значение при $a = -\dfrac{1}{2}$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ: ____________________ .

8. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке 112?

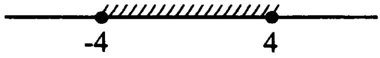


Рис. 112

1) $x^2 - 16 > 0$ 2) $x^2 - 16 \geqslant 0$ 3) $x^2 - 4 \leqslant 0$ 4) $x^2 - 16 \leqslant 0$

Модуль «Геометрия»

9. Найдите угол C ромба $ABCD$, если отрезок DP составляет со сторонами AD и AB углы, равные $30°$ и $70°$ соответственно (см. рис. 113). Ответ дайте в градусах.

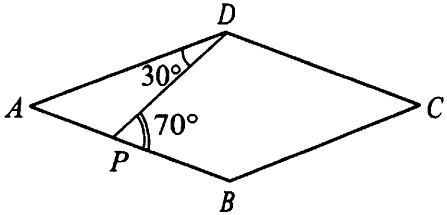


Рис. 113

Ответ: ____________________ .

10. Найдите угол D вписанного в окружность с центром O четырёхугольника $ABCD$, если $\angle AOB = 60°$, $\angle BOC = 50°$ (см. рис. 114). Ответ дайте в градусах.

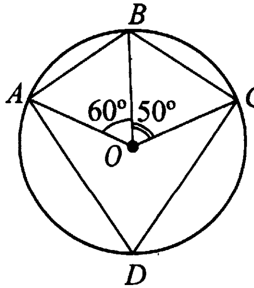


Рис. 114

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 115.

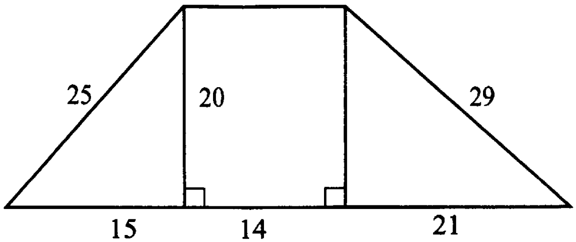


Рис. 115

Ответ: ______________________ .

12. Найдите тангенс угла C треугольника ABC, изображённого на рисунке 116.

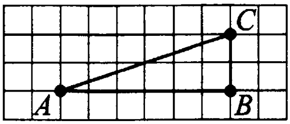


Рис. 116

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то такие прямые параллельны.

2) Биссектриса угла любого параллелограмма является его диагональю.

3) Существует пятиугольник, у которого все углы прямые.

4) Сумма смежных углов равна 180°.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. На олимпиаде подвели неофициальный рейтинг некоторых стран по результатам выступления их команд, используя формулу

$R = \dfrac{2Au + Ag + Br}{4}$, где Au — количество золотых медалей, Ag — количество серебряных, Br — количество бронзовых медалей, полученных командой. В таблице указано количество золотых, серебряных и бронзовых медалей, полученных командами некоторых стран. Укажите номер страны, у которой самый низкий неофициальный рейтинг.

Страна	Золото	Серебро	Бронза
Р	13	11	9
Н	11	5	10
К	10	10	5
С	9	7	12

1) Р 2) Н 3) К 4) С

15. На графике (см. рис. 117) показан процесс разогрева раствора в колбе алхимика. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала разогрева, на оси ординат — температура раствора в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут раствор нагревался от температуры 30° до температуры 80°.

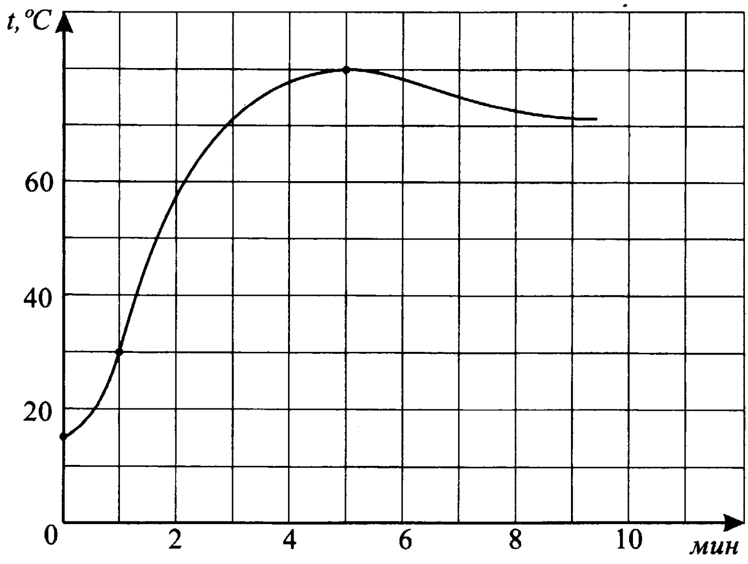


Рис. 117

Ответ: ______________________ .

16. Костюм, который стоил 25 300 рублей, продаётся с 50%-ной скидкой. Галина Леонтьевна при покупке костюма попросила подшить рукава, за что с неё взяли, сверх стоимости костюма, по 200 рублей за каждый рукав. Сколько рублей сдачи получит Галина Леонтьевна, если она отдала кассиру зарплату за два месяца — 20 тысяч рублей?

Ответ: ______________________ .

17. Дорожно-строительная фирма должна построить участок канатной дороги, высота которой равна 19 м, а расстояние до верхней точки равно 181 м (см. рис. 118). Вычислите длину подъёма дороги (в метрах).

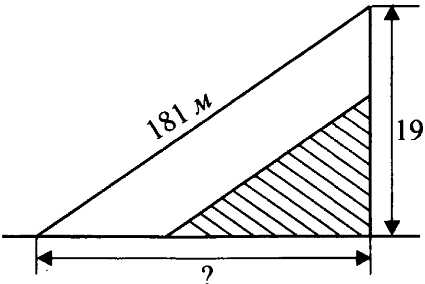


Рис. 118

Ответ: ________________________ .

18. На диаграмме (см. рис. 119) представлено распределение количества посещений некоторой социальной сети в зависимости от времени суток. Всего в этой социальной сети за сутки зарегистрировано 5 млн посещений.

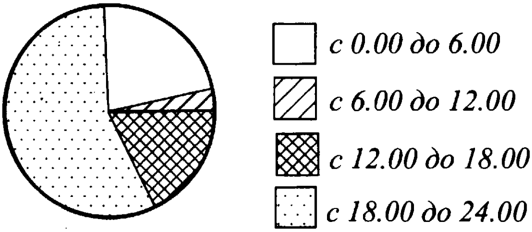


Рис. 119

Какое из следующих утверждений **неверно**?

1) С 0.00 до 6.00 было больше посещений, чем с 12.00 до 18.00.

2) Больше половины посещений совершалось с 18.00 до 24.00.

3) С 6.00 до 12.00 зарегистрировано больше 1 млн посещений.

4) На промежуток времени с 12.00 до 18.00 пришлось меньше трети посещений.

19. В классе 5 блондинок, 3 брюнетки и 2 шатенки. Учитель случайно вызывает одну из этих девочек к доске. Найдите вероятность того, что вызовут брюнетку.

Ответ: ________________________ .

20. В некотором клубе величина скидки за месячный абонемент рассчитывается по формуле $V = 1500 + (m - 3) \cdot 1000$ (в рублях), где m — количество человек в группе ($m > 2$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте величину скидки для группы из 5 человек. Ответ дайте в рублях.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{x+5}{3} - \dfrac{y-2}{4} = 1, \\ x^2 - y = 6. \end{cases}$

22. Смешали два раствора кислоты. В первом растворе было 10% кислоты, во втором — 40% кислоты, а в смеси получилось 15% кислоты. Найдите объём полученной смеси, если первого раствора взяли на 2 л больше, чем второго.

23. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 8, \text{ если } x < -3, \\ x^2 + 2x + \dfrac{|x|}{x}, \text{ если } x \geqslant -3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ будет иметь с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Найдите угол между биссектрисой AM и медианой AD прямоугольного $\triangle ABC$ с прямым углом A и углом B, равным 28° (см. рис. 120).

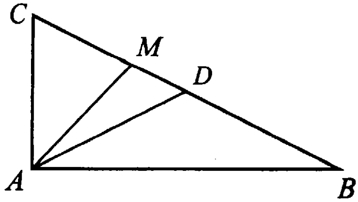


Рис. 120

25. В прямоугольнике $ABCD$ проведены отрезки FE и KP так, что точки E, F, K и P лежат на сторонах AB, BC, CD и DA соответственно и делят их в отношении $1:4$, считая от вершин B и D (см. рис. 121). Докажите, что $EFKP$ — параллелограмм.

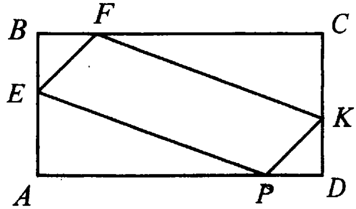


Рис. 121

26. В тупоугольном $\triangle ABC$ с тупым углом B на стороне BC, как на диаметре, построили окружность. Через точку P на стороне AB перпендикулярно AB провели прямую, пересекающую AC в точке Q, причём $|AP| = 10$ и площадь $\triangle APQ$ в 4 раза меньше площади $\triangle ABC$.

Найдите длину отрезка касательной AT, проведённой из точки A к окружности.

Вариант № 14

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\dfrac{6{,}8 - 5{,}52}{1{,}4} \cdot \dfrac{7}{8}$.

Ответ: ________________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа m и p (см. рис. 122).

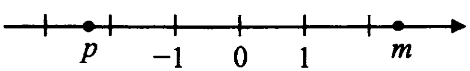


Рис. 122

Какое из следующих утверждений верно?

1) $1 - p < 0$ 2) $m - p < 0$ 3) $5p^2m > 0$ 4) $-3 < p + 1 < -2$

3. В каком случае числа $5\sqrt{2}$, $4\sqrt{3}$ и 7 расположены в порядке убывания?

1) $4\sqrt{3}$, $5\sqrt{2}$, 7 2) $5\sqrt{2}$, $4\sqrt{3}$, 7 3) $4\sqrt{3}$, 7, $5\sqrt{2}$ 4) $5\sqrt{2}$, 7, $4\sqrt{3}$

4. Решите уравнение $8(2x+3)-3(4x+5)=25$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками (см. рис. 123) и формулами, которые их задают.

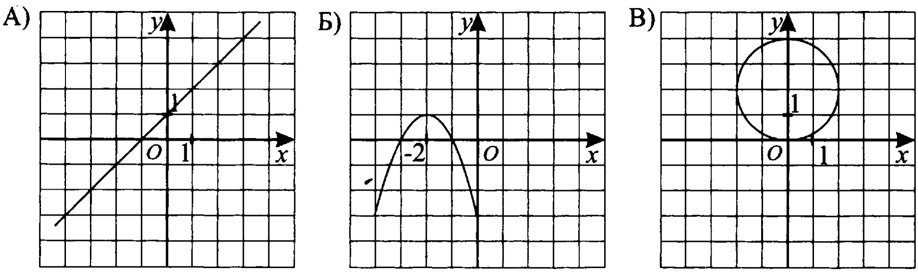


Рис. 123

1) $(x-2)^2+y^2=4$
2) $y=-x^2-4x-3$
3) $y=x+1$
4) $x^2+(y-2)^2=4$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана условиями $a_4=5$, $a_5=8$. Найдите a_{12}.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{m^3-16m}{m^2-8m+16}-m$ и найдите его значение при $m=3{,}5$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ: ____________________ .

8. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке 124?

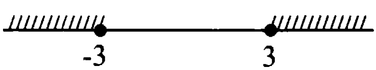


Рис. 124

1) $x^2+9>0$ 2) $x^2-9<0$ 3) $x^2-9\geqslant 0$ 4) $x^2-9>0$

Модуль «Геометрия»

9. Найдите угол P ромба $KPMT$, если отрезок KA составляет со сторонами KT и TM ромба углы, равные $48°$ и $95°$ соответственно (см. рис. 125). Ответ дайте в градусах.

Ответ: ____________________ .

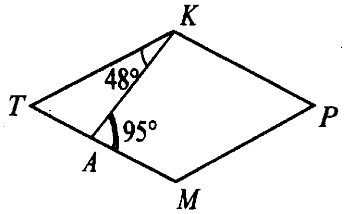


Рис. 125

10. Найдите угол K вписанного в окружность с центром O четырёхугольника $NKPM$ (см. рис. 126), если $\angle NOM = 120°$, $\angle MOP = 70°$. Ответ дайте в градусах.

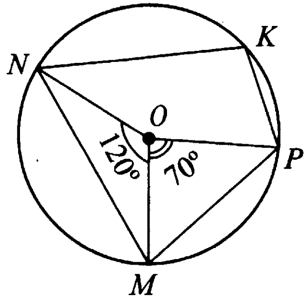


Рис. 126

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 127.

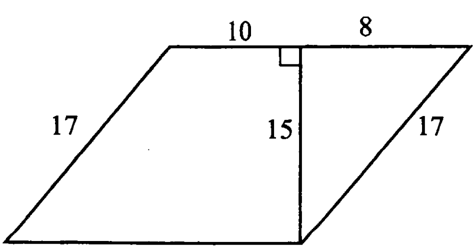


Рис. 127

Ответ: ____________________ .

12. Найдите тангенс угла C треугольника ABC, изображённого на рисунке 128.

Ответ: ____________________ .

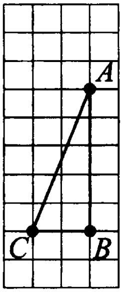


Рис. 128

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Вокруг любого четырёхугольника можно описать окружность.

2) Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.

3) Сумма углов треугольника равна 180°.

4) Площадь трапеции равна произведению её нижнего основания на высоту.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. На олимпиаде подвели неофициальный рейтинг некоторых стран по результатам выступления их команд, используя формулу

$R = \dfrac{2Au + Ag + Br}{4}$, где Au — количество золотых медалей, Ag — количество серебряных, Br — количество бронзовых медалей, полученных командой. В таблице указано количество золотых, серебряных и бронзовых медалей, полученных командами некоторых стран.

Страна	**Золото**	**Серебро**	**Бронза**
Швейцария	6	3	2
Беларусь	5	0	1
Австрия	4	8	6
Швеция	2	7	6

Укажите номер страны, у которой самый высокий неофициальный рейтинг.

1) Швейцария 2) Беларусь 3) Австрия 4) Швеция

15. На графике (см. рис. 129) показан процесс изменения содержания некоторого вещества в растворе при химической реакции. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса (в граммах) вещества, которое ещё не вступало в химическую реакцию. Сколько граммов вещества вступило в реакцию за первые 5 минут?

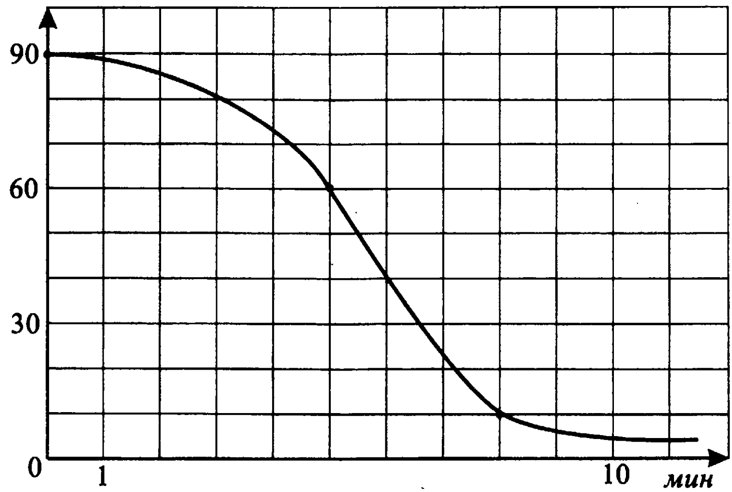


Рис. 129

Ответ: ____________________.

16. Владимир решил купить себе ботинки. Ботинки, которые ему понравились, стоили 17 200 рублей, но продавались с 30%-ной скидкой. Владимир захотел поменять шнурки в своих чёрных ботинках и попросил продавца продать ему ещё два оранжевых шнурка по 50 рублей за шнурок. Сколько рублей сдачи получит Владимир, если он отдал кассиру свой недельный заработок 15 тысяч рублей?

Ответ: ____________________.

17. Дорожно-строительная фирма должна построить насыпь высотой 21 м под дорогу, длина которой 221 м (см. рис. 130). Вычислите расстояние от начала основания насыпи до её завершения. Ответ дайте в метрах.

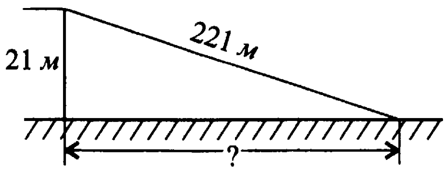


Рис. 130

Ответ: ____________________.

18. На диаграмме представлено распределение количества рыбок в некотором зоомагазине в зависимости от семейства (см. рис. 131). Всего в этом магазине 300 рыбок.

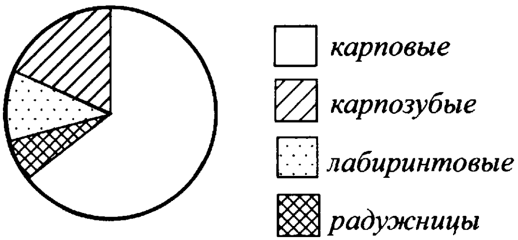


Рис. 131

Какое из следующих утверждений **неверно**?

1) Карповых больше, чем карпозубых.

2) Лабиринтовых меньше половины рыб.

3) Карповых в зоомагазине меньше, чем рыбок остальных трёх видов вместе взятых.

4) Радужниц меньше 30.

Ответ: ______________________ .

19. В клетке сидят 8 белых, 6 рыжих и 11 серых хомяков. Девочка открывает дверцу, и из клетки успевает убежать один случайный хомяк. Найдите вероятность того, что убежит рыжий хомяк.

Ответ: ______________________ .

20. На некотором предприятии величина зарплаты P (в рублях) подсобного рабочего рассчитывается по формуле $P = 7000 + (k + 1) \cdot 1500$, где k — количество лет, которые рабочий проработал на этом предприятии ($k \geqslant 0$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте зарплату рабочего со стажем работы 5 лет на этом предприятии. Ответ дайте в рублях.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} - \dfrac{y-5}{3} = 4, \\ y^2 + x = 13. \end{cases}$

22. Имеются два слитка, содержащих серебро. Масса первого слитка на 6 кг больше, чем масса второго. Процентное содержание серебра в первом слитке 40%, во втором — 20%. Слитки сплавили. Чему была равна масса первого слитка, если в сплаве содержится 35% серебра?

23. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + \dfrac{|3x|}{x}, \text{ если } x > -1 \\ -x + 1, \text{ если } x \leqslant -1, \end{cases}$$ и определите, при каких значениях параметра p прямая $y = p$ будет иметь с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Найдите угол между медианой и высотой $\triangle ABC$, проведённых из вершины прямого угла B, если $\angle A = 38°$ (см. рис. 132).

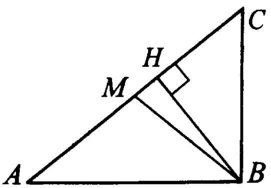


Рис. 132

25. В параллелограмме $ABCD$ проведены отрезки FE и PK так, что точки P, K, F и E лежат на сторонах AB, BC, CD и AD соответственно и делят их в отношении $1 : 2$, считая от вершин B и D (см. рис. 133). Докажите, что $PKFE$ — параллелограмм.

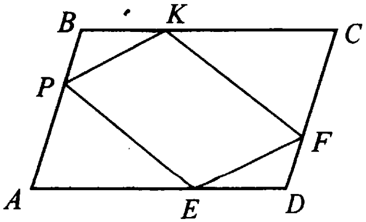


Рис. 133

26. В остроугольном $\triangle ABC$ на стороне CB как на диаметре построили окружность. Через точку M на стороне AC провели прямую, перпендикулярную AB и пересекающую AB в точке R. Длина отрезка AD касательной к окружности, проведённой из точки A, равна 15, отрезок $AR = 5$.

Найдите отношение площадей $\triangle ABC$ и $\triangle AMR$.

Вариант № 15

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 845 \cdot \left(\frac{1}{13}\right)^2$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 134) отмечены два числа a и b, такие, что $b < a$. Найдите среди следующих чисел наибольшее.

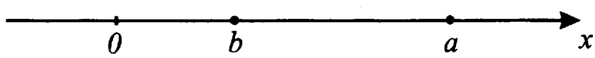


Рис. 134

1) $b - a$ 2) $a - b$ 3) $2a$ 4) $b + a$

3. Среди указанных ниже выражений найдите такое, значение которого является числом рациональным.

1) $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^3$ 2) $\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2}$ 3) $(\sqrt{2} - 1)^2$ 4) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

4. Решите уравнение $2x^2 - 7x - 15 = 0$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 135) и формулами, которые их задают.

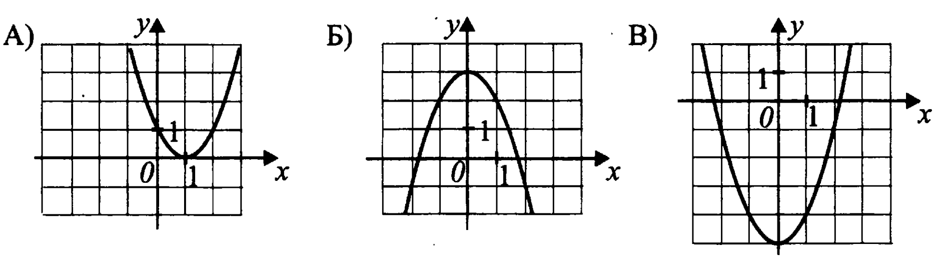


Рис. 135

1) $y = x^2 - 5$ 2) $y = -x^2 + 3$

3) $y = (x - 1)^2$ 4) $y = \frac{1}{2}x^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Числа 27; 16; 5; ... составляют арифметическую прогрессию. Найдите девятый член арифметической прогрессии.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(4q-3)^2-(7-2q)^2$, найдите его значение при $q=-1{,}5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5x-3\geqslant 9, \\ 4-x\leqslant 7. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 136) изображено множество её решений?

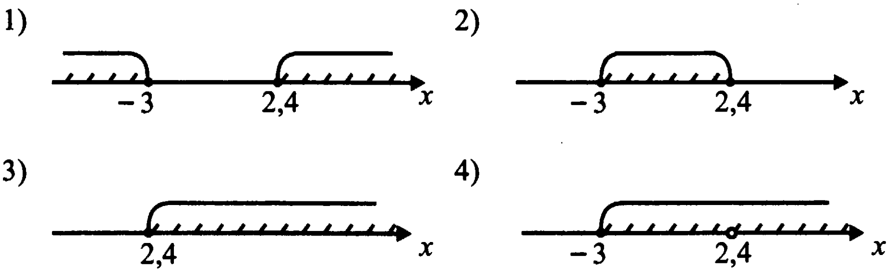


Рис. 136

Модуль «Геометрия»

9. В параллелограмме $MNPK$ тупой угол равен 112° (см. рис. 137). Найдите величину угла NDM (в градусах), который образует прямая, содержащая биссектрису ND, со стороной MK.

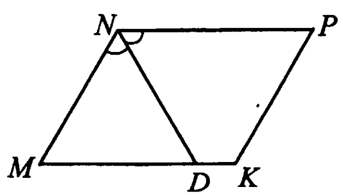


Рис. 137

Ответ: ______________________ .

10. Найдите величину дуги AD окружности с центром O (см. рис. 138), если угол между прямой AB и касательной CD равен 40°. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ______________________ .

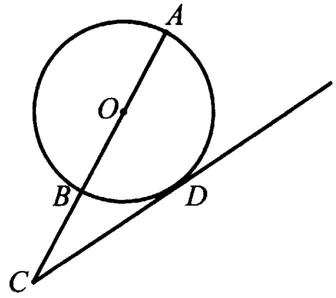


Рис. 138

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 139.

Ответ: ________________________ .

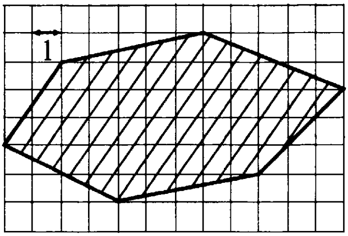


Рис. 139

12. Найдите тангенс угла MKP, изображённого на рисунке 140.

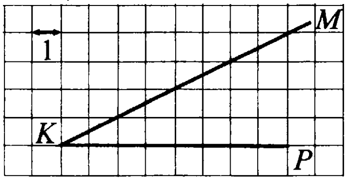


Рис. 140

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

2) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

3) Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.

4) Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов меньше 180°, то прямые параллельны.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места в длину учащихся 5-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Результат в см	160	140	130	155	135	120

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая с места в длину 110 см?

1) «5» 2) норматив не выполнен 3) «3» 4) «4»

15. На рисунке 141 жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в городе Ажур в период с 19 марта по 14 апреля 2013 года. Для наглядности жирные точки соединены линией, по горизонтали указываются числа марта и апреля, по вертикали — температура воздуха в градусах Цельсия. Какого числа с 1 по 14 апреля среднесуточная температура воздуха была равна средней температуре с 19 по 31 марта?

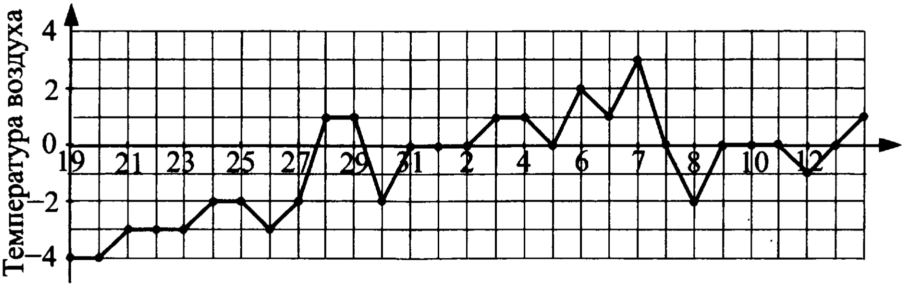


Рис. 141

Ответ: ______________________ .

16. При покупке бытовой техники магазин по понедельникам делает скидку — 15%. Какова стоимость покупки без скидки (в рублях), если в понедельник отец купил сыну фотоаппарат за 13 600 рублей?

Ответ: ______________________ .

17. Для того чтобы подняться на чердак, к зданию приставили лестницу длиной 3,7 метра, так, что расстояние её нижнего конца до здания равно 1,2 метра (см. рис. 142). Найдите, на какой высоте от земли находится верхний конец лестницы.

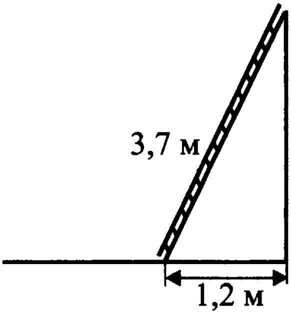


Рис. 142

Ответ: ______________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 143) показан анализ прибыли предприятия за год.

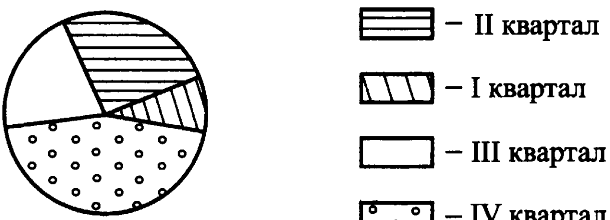


Рис. 143

Какие из следующих утверждений верны, если общая прибыль за год составила 2900 тыс. рублей?

1) В один из кварталов прибыль предприятия была около 720 тыс. рублей.

2) Прибыль, полученная в III квартале, больше всех остальных квартальных прибылей.

3) Прибыль IV квартала составляет не менее 1450 тыс. рублей.

4) Прибыль, полученная за I квартал, меньше, чем прибыль, полученная за IV квартал, более чем в 4 раза.

Ответ: ______________________ .

19. Предприятие выпускает электрочайники. В среднем на 50 качественных чайников приходится 6 чайников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный чайник окажется качественным. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ____________________ .

20. Для вычисления периметра некоторого четырёхугольника используют формулу $p = 2a + b + c$, где a, b и c — стороны четырёхугольника, соответственно равные 7, 3 и 2. Найдите периметр данного четырёхугольника.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $\dfrac{x^2 - 21}{4} \leqslant 2x - 7$.

22. Из города A в город B, расстояние между которыми 45 км, выехал мотоциклист. Прибыв в город B, он тут же отправился назад и, проехав 54 км от начала пути, остановился у шлагбаума на 5 мин. Для того чтобы прибыть в начальный пункт в назначенное время, он увеличил скорость на 6 км/ч. Найдите первоначальную скорость мотоциклиста.

23. При каком значении b прямая $y = b - x$ имеет с параболой $y = -x^2 - 4x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении b.

Модуль «Геометрия»

24. На гипотенузе прямоугольного треугольника взята точка, равноудалённая от катетов, которая разбивает гипотенузу на отрезки длиной 4 см и 3 см. Найдите высоту этого треугольника, проведённую из вершины прямого угла.

25. Докажите, что прямая, содержащая среднюю линию треугольника, равноудалена от вершин треугольника.

26. В равнобедренном треугольнике точка касания вписанной окружности делит боковую сторону в отношении $2 : 5$, считая от вершины основания. Радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен $2\sqrt{5}$. Найдите боковую сторону.

Вариант № 16
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $54 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 - 216 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 144) отмечены два числа a и b, такие, что $b > a$. Найдите среди следующих чисел наибольшее.

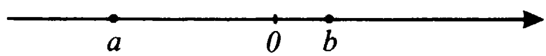


Рис. 144

1) $b - a$ 2) $b + a$ 3) $2b$ 4) $a - b$

3. Среди указанных ниже выражений найдите такое, значение которого является числом рациональным.

1) $(2 - \sqrt{3})^2$ 2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}$ 3) $\frac{(\sqrt{13})^2}{\sqrt{3}}$ 4) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

4. Решите уравнение $2x^2 - x - 6 = 0$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 145) и формулами, которые их задают.

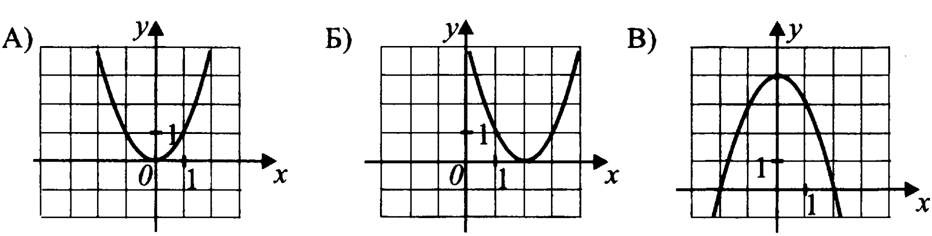


Рис. 145

1) $y = (x - 2)^2$ 2) $y = x^2$

3) $y = (1 - x)^2$ 4) $y = -x^2 + 4$

Ответ:

А	Б	В

6. Числа 12; 7; 2; ... составляют арифметическую прогрессию. Найдите двенадцатый член арифметической прогрессии.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(a-2)^2-(a+5)^2$, найдите его значение при $a=-1{,}2$.

Ответ: ____________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x-3\geqslant 0, \\ 5-x\geqslant 3. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 146) изображено множество её решений?

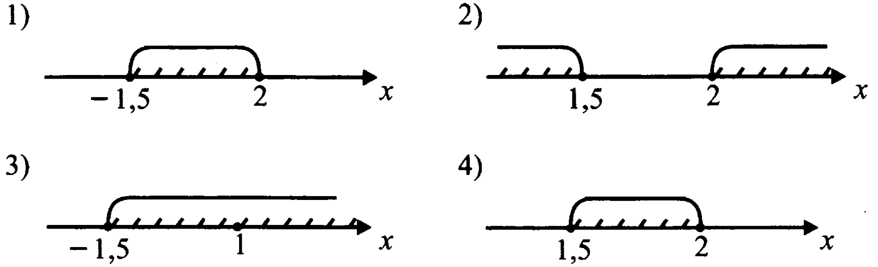


Рис. 146

Модуль «Геометрия»

9. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 54° (см. рис. 147). Найдите величину угла CKA, если CK — биссектриса угла DCB. Ответ дайте в градусах.

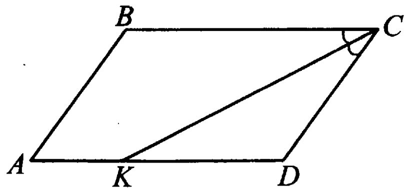


Рис. 147

Ответ: ____________________ .

10. В окружности с центром O две хорды AB и CD (см. рис. 148) образуют угол AOC, равный 42°. Найдите величину угла CKB, если K — точка окружности, принадлежащая дуге AD. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 149.

Ответ: ____________________ .

12. Найдите синус угла ABC, изображённого на рисунке 150.

Ответ: ____________________ .

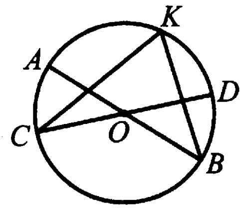


Рис. 148

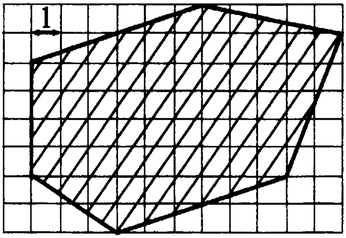


Рис. 149

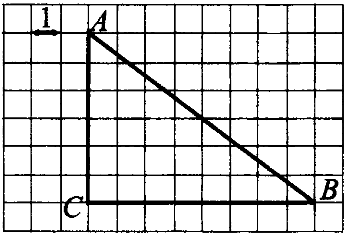


Рис. 150

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) Площадь треугольника равна половине произведения высоты и стороны, к которой проведена эта высота.

2) Если в выпуклом четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.

3) Биссектриса угла делит угол пополам.

4) Из одной точки вне данной прямой можно провести несколько прямых, перпендикулярных к ней.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места в длину учащихся 5-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Результат в см	160	140	130	155	135	120

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший с места в длину 147 см?

1) «5» 2) норматив не выполнен 3) «3» 4) «4»

15. На рисунке 151 жирными точками показана температура воздуха в 8 утра в городе Сладком в период с 15 февраля по 15 марта 2013 года. Для наглядности жирные точки соединены линией. По горизонтали указываются числа февраля и марта, по вертикали — температура воздуха. Какого числа в марте температура воздуха первый раз стала равна средней температуре второй половины февраля? Среднюю температуру посчитайте за период с 15 февраля по 28 февраля.

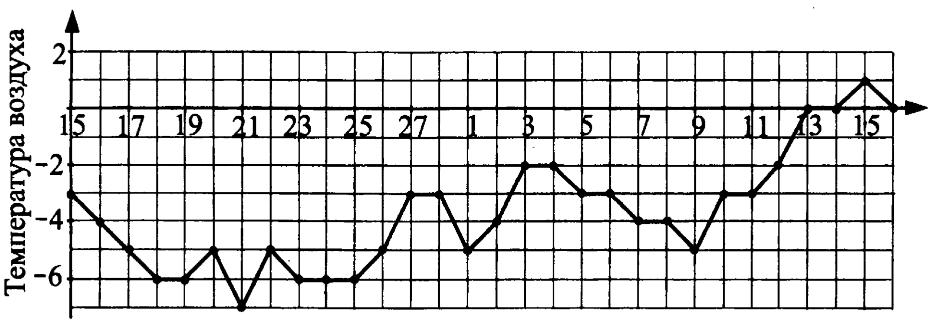


Рис. 151

Ответ: ________________________ .

16. Апельсиновый сок, который стоил 75 рублей стакан, продаётся с 10%-ной скидкой. При покупке 6 стаканов сока Петя отдал 500 рублей. Сколько рублей сдачи получил Петя?

Ответ: ________________________ .

17. Прожектор освещает фасад здания высотой 4,5 м, расположенный на расстоянии 7,5 м от прожектора (см. рис. 152). На каком наименьшем расстоянии (в метрах) от прожектора нужно расположить рекламный щит высотой 3 м, чтобы он был полностью освещён, если настройки прожектора оставить без изменения?

Ответ: ________________________ .

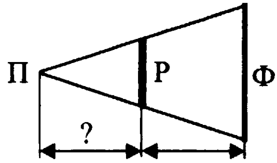


Рис. 152

18. На круговой диаграмме (см. рис. 153) представлено распределение учащихся первых классов в кружках по их интересам.

Рис. 153

Какие из следующих утверждений **неверны**, если в кружках занимаются 76 учащихся, при этом каждый учащийся посещает только один кружок?

1) Четверть всех учащихся занимается в спортивных кружках.

2) Более 25 учащихся посещают музыкальный кружок.

3) Театральный кружок и кружок изобразительного искусства посещают около 40% учащихся.

4) Танцевальный кружок посещают не менее 15 учащихся.

Ответ: ______________________ .

19. В новогоднем подарке лежит 8 шоколадных конфет, 15 карамелей с фруктовой начинкой и 9 конфет с орехами. Найдите вероятность того, что случайно выбранная конфета будет шоколадная.

Ответ: ______________________ .

20. Для вычисления периметра четырёхугольника используется формула $p = 3a + b$, где a и b — стороны четырёхугольника, соответственно равные 13 и 11. Найдите периметр четырёхугольника.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $\frac{x^2 - 6{,}5}{5} \leqslant \frac{x-3}{2}$.

22. Из одного пункта в другой, расстояние между которыми 75 км, отправился велосипедист. Прибыв в другой город, он тут же отправился назад с той же скоростью, однако в самом начале пути вынужден был остановиться на 45 мин. После этого он увеличил скорость на 5 км/ч, чтобы потратить на обратный путь столько же времени, сколько и на путь туда. Найдите первоначальную скорость велосипедиста.

23. При каком значении a прямая $y = x - a$ имеет с параболой $y = x^2 + 5x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении a.

Модуль «Геометрия»

24. На гипотенузе прямоугольного треугольника взята точка, равноудалённая от катетов, которая разбивает гипотенузу на отрезки длиной 6 и 4. Найдите высоту этого треугольника, проведённую из вершины прямого угла.

25. Дан отрезок AB. По разные стороны от прямой AB расположены точки E и F, причём $AE = BF$ и $\angle BAE = \angle ABF$. Докажите, что AB проходит через середину EF.

26. Биссектриса AM треугольника ABC делит сторону CB на отрезки $CM = 10$ и $MB = 14$. Сторона $AB = 21\sqrt{2}$. Найдите радиус описанной вокруг $\triangle ABC$ окружности.

Вариант № 17

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $2{,}3 : 0{,}5 + 0{,}8 \cdot 0{,}5$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 154). На каком из рисунков сумма $a + b$ наибольшая?

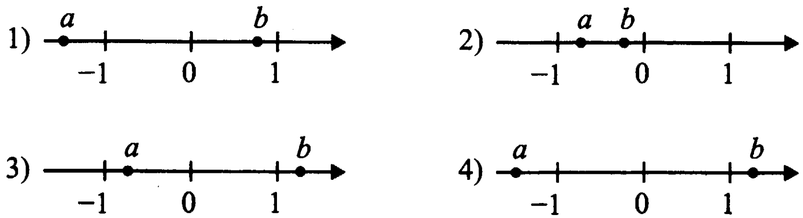


Рис. 154

3. Сумма какого из следующих чисел с числом $2\sqrt{5}$ рациональна?

1) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$ 2) $(\sqrt{5}-1)^2$ 3) $(\sqrt{5}-2)^2$ 4) $\sqrt{2}-\sqrt{5}$

4. Решите уравнение $(x-2)(x+5)=8$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 155) и формулами, которые их задают.

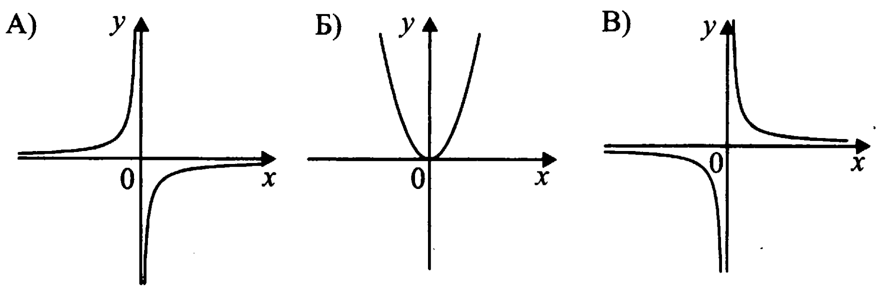


Рис. 155

1) $y = x^2$ 2) $y = -x^2$ 3) $y = \dfrac{1}{x}$ 4) $y = -\dfrac{1}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = 3n - 2$. Найдите сумму первых семи её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(m-2)(m+3)+(m+5)(4-m)$ и найдите его значение при $m = 0{,}13$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 3x - 4 < x, \\ x - 3 \leqslant 2(x+3). \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 156) изображено множество её решений?

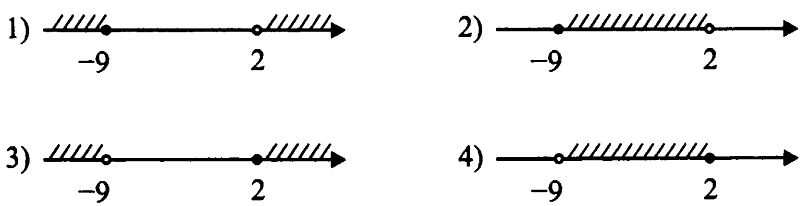


Рис. 156

Ответ: ______________________ .

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C и медианой CM угол MCB равен 65° (см. рис. 157). Найдите $\angle CAB$. Ответ дайте в градусах.

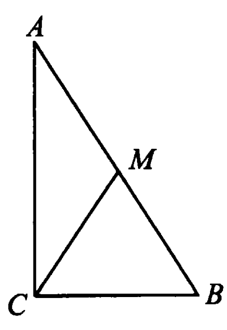


Рис. 157

Ответ: ______________________ .

10. В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями $BC = 4$ и $AD = 7$ (см. рис. 158) вписана окружность. Найдите боковую сторону трапеции.

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 159).

Ответ: ______________________ .

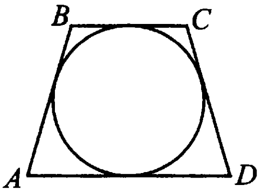


Рис. 158

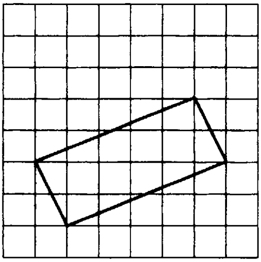


Рис. 159

12. Найдите косинус острого угла трапеции, изображённой на рисунке 160.

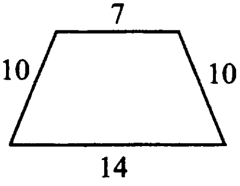


Рис. 160

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Косинус любого угла треугольника неотрицателен.

2) Центр вписанной в треугольник окружности всегда лежит внутри треугольника.

3) Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то такой четырёхугольник — ромб.

4) Около трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 5$, $AD = 7$ и боковыми сторонами $AB = CD = 12$ можно описать окружность.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. При поступлении на некоторый факультет необходимо сдать экзамены по математике, русскому языку, информатике и физике в форме ЕГЭ и набрать в сумме не менее 310 баллов. В таблице приведены баллы некоторых абитуриентов, полученные ими на ЕГЭ. Сколько из них смогут поступить на указанный факультет?

Фамилия	**Математика**	**Русский язык**	**Информатика**	**Физика**
Татарский	81	100	60	70
Шанин	92	60	75	53
Морковин	78	97	80	82
Гиреев	75	69	80	74

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. На графике (см. рис. 161) точками отмечено количество сдавших заполненные бланки во время проведения ЕГЭ, количество сдавших подсчитывали каждые 15 минут. Для удобства точки соединены линией. Определите по графику, сколько человек сдали работы в течение третьего часа проведения экзамена.

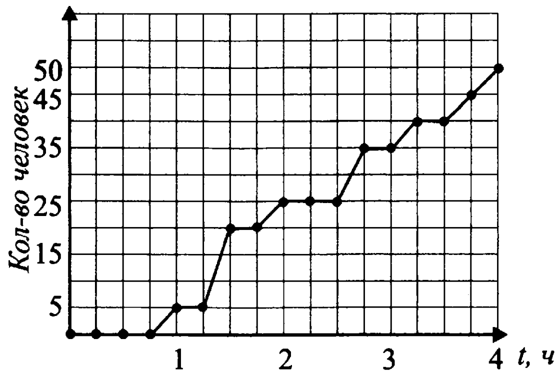


Рис. 161

Ответ: ______________________ .

16. В кафе проходит акция «Доступная среда» — каждую среду предоставляется скидка на бизнес-ланч 30%. Николай Петрович каждый день обедает в этом кафе и берёт бизнес-ланч стоимостью 210 рублей (без скидки). Сколько рублей потратит Иван Петрович за рабочую неделю (с понедельника по пятницу), если будет обедать в этом кафе?

Ответ: ______________________ .

17. Прямоугольную доску для объявлений можно без наложений полностью заклеить 12 листами формата $A4$. Сколько листов формата $A5$ потребуется, чтобы полностью без наложений заклеить эту доску? (Лист формата $A4$ имеет форму прямоугольника; лист формата $A5$ имеет форму прямоугольника, один из размеров которого в 2 раза меньше одного из размеров листа $A4$, а другой размер у листов $A4$ и $A5$ одинаковый.)

Ответ: ______________________ .

18. В школьной столовой подсчитали количество кружек напитков, выпитых за день, и результаты привели в столбчатой диаграмме (см. рис. 162).

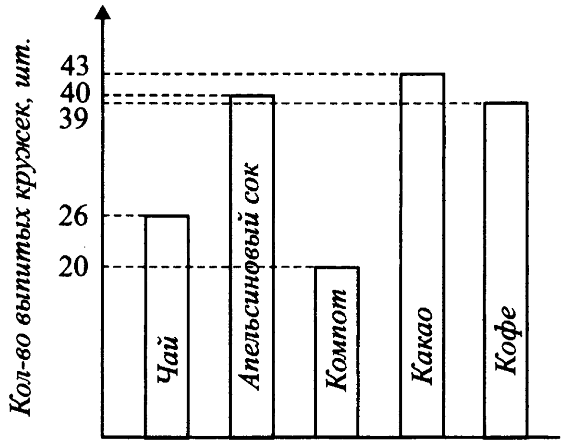


Рис. 162

Какие из следующих утверждений верны?

1) Наименее популярный напиток — кофе.

2) Самый популярный напиток — какао.

3) Всего было выпито 168 порций напитков.

4) Всего чая и компота выпили меньше, чем какао.

Ответ: ______________________ .

19. Васе предложено 2 задания с выбором ответа. В каждом задании 4 варианта ответа. Верным является ровно один из них. Какова вероятность, что Вася ответит правильно хотя бы на один вопрос, если он выбирает ответы наугад?

Ответ: ______________________ .

20. Вычислите площадь треугольника со сторонами 24, 7, 25 по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a, b, c — стороны треугольника, p — его полупериметр.

Ответ: ________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x^2 + 2xy - y^2 = 1. \end{cases}$

22. Вася на велосипеде поехал на дачу, расположенную на расстоянии 15 км от дома. Там он взял мешок картошки, которую накопал его отец, и поехал обратно домой. Известно, что на весь путь Вася потратил 4 часа. С какой скоростью Вася ехал на дачу, если с картошкой он ехал на 4 км/ч медленнее? Ответ дайте в км/ч.

23. При каком значении параметра a прямая $y = 3x + a$ касается параболы $y = 4x - x^2$? Найдите координаты точки касания. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении a.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и периметром 13 вписана окружность, K — точка касания этой окружности со стороной BC. Найдите основание AC, если $BK = 6$.

25. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD $AB \perp AD$, $AC \perp CD$. Докажите, что $AC^2 = BC \cdot AD$.

26. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с меньшим основанием $BC = 10$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O и перпендикулярны. Найдите второе основание этой трапеции, если расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABO и CDO, равно 8.

Вариант № 18

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $1{,}7 : 0{,}25 + 0{,}8 \cdot 0{,}25$.

Ответ: ________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 163). На каком из рисунков произведение ab наибольшее?

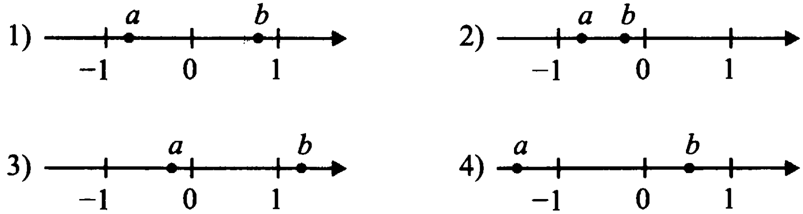


Рис. 163

3. Сумма какого из следующих чисел с числом $2\sqrt{3}$ рациональна?

1) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$ 2) $(\sqrt{3}-2)^2$ 3) $(\sqrt{3}-1)^2$ 4) $(\sqrt{3}+1)^2$

4. Решите уравнение $(x-3)(x+2)=14$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 164) и формулами, которые их задают.

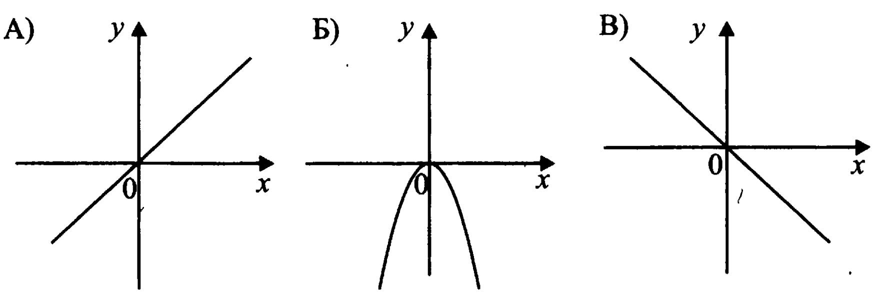


Рис. 164

1) $y=x^2$ 2) $y=-x^2$ 3) $y=x$ 4) $y=-x$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n=2n-13$. Найдите сумму первых восьми её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $(m-1)(m-2)+(m+4)(7-m)$ и найдите его значение при $m=1{,}74$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x - 5 \leqslant 3x, \\ 4(x-2) < 3x + 7. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 165) изображено множество её решений?

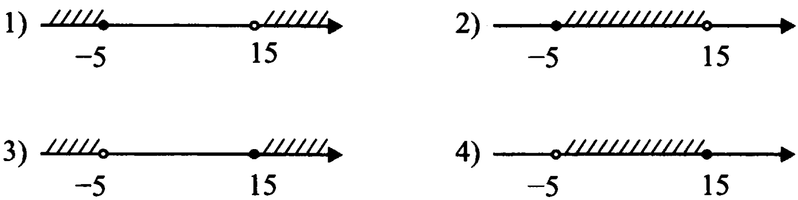


Рис. 165

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C и медианой CM угол ACM равен 27° (см. рис. 166). Найдите $\angle ABC$. Ответ дайте в градусах.

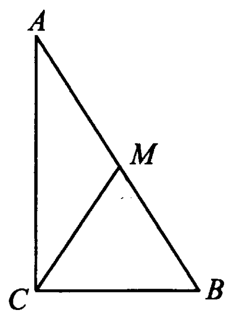


Рис. 166

Ответ: ______________________ .

10. В выпуклый четырёхугольник со сторонами $AB = 5$, $BC = 6$ и $CD = 4{,}5$ (см. рис. 167) вписана окружность. Найдите AD.

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 168).

Ответ: ______________________ .

12. Найдите косинус острого угла трапеции, изображённой на рисунке 169.

Ответ: ______________________ .

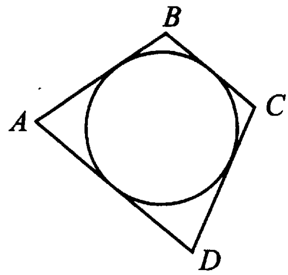


Рис. 167

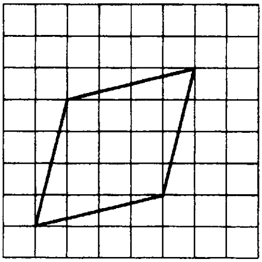


Рис. 168

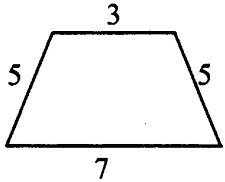


Рис. 169

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Синус любого угла треугольника неотрицателен.

2) Если в четырёхугольнике все углы равны, то такой четырёхугольник — квадрат.

3) Точка пересечения высот треугольника лежит внутри треугольника.

4) В трапецию $ABCD$ с основаниями $BC = 7$, $AD = 10$ и боковыми сторонами $AB = CD = 8$ можно вписать окружность.

Ответ: ____________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. При поступлении на некоторый факультет необходимо сдать экзамены по математике, русскому языку, литературе и английскому языку в форме ЕГЭ и набрать в сумме не менее 250 баллов. В таблице приведены баллы некоторых абитуриентов, полученные ими на ЕГЭ. Сколько из них смогут поступить на указанный факультет?

Фамилия	Русский язык	Математика	Литер.	Англ. язык
Володин	67	70	92	65
Калашников	90	45	92	54
Котовский	70	51	60	53
Шиловский	84	60	75	58

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. На графике (см. рис. 170) точками отмечено количество сдавших заполненные бланки во время проведения ЕГЭ; количество сдавших подсчитывали каждые 15 минут. Для удобства точки соединены линией. Определите по графику, сколько человек сдали работы в течение четвёртого часа проведения экзамена.

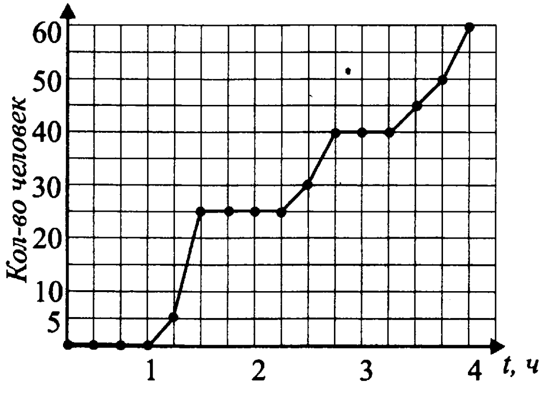


Рис. 170

Ответ: ______________________ .

16. В кафе проходит акция «Доступная среда» — каждую среду предоставляется скидка 20%. Каждый день после работы Валентина Ивановна заходит в это кафе и выпивает чашечку кофе с пирожным. Без скидки она тратит на это 150 рублей. Сколько денег потратит Валентина Ивановна за две рабочие недели (в период проведения акции)? Ответ дайте в рублях.

Ответ: ______________________ .

17. Прямоугольную доску для объявлений можно без наложений полностью заклеить 18 листами формата $A3$. Сколько листов формата $A5$ потребуется, чтобы без наложений полностью заклеить эту доску? (Лист формата $A3$ имеет форму прямоугольника; лист формата $A5$ имеет форму прямоугольника, оба размера которого в 2 раза меньше, чем у листа $A3$.)

Ответ: ______________________ .

18. В школьной столовой подсчитали количество кружек напитков, выпитых за день, и результаты привели в столбчатой диаграмме (см. рис. 171).

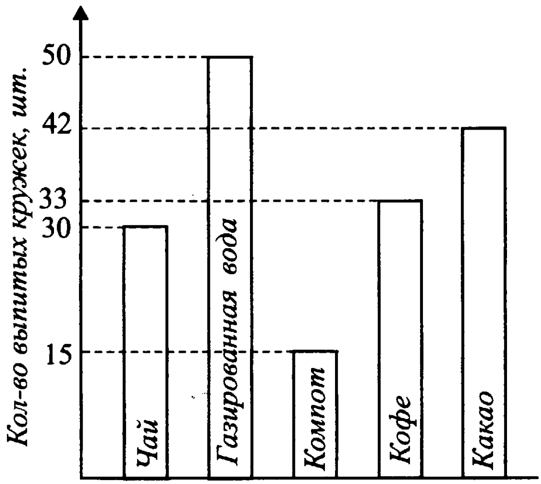


Рис. 171

Какие из следующих утверждений верны?

1) Самый популярный напиток — газированная вода.
2) Всего было выпито 168 порций напитков.
3) Наименее популярный напиток — компот.
4) Всего компота и чая выпито меньше, чем газированной воды.

Ответ: ______________________ .

19. Пете предложено 2 задания с выбором ответа. В каждом задании 5 вариантов ответа, верным является ровно один из них. Какова вероятность, что Петя ответит правильно хотя бы на один вопрос, если он выбирает ответы наугад?

Ответ: ______________________ .

20. Вычислите площадь треугольника со сторонами 16, 30, 34 по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a, b, c — стороны треугольника, p — его полупериметр.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 2x^2 + xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$

22. Петя на велосипеде поехал на дачу, расположенную на расстоянии 32,5 км от дома. Там он взял 2 ведра вишни, которые собрала мама, и поехал обратно домой. Известно, что на весь путь Петя потратил 5 ч 45 мин. С какой скоростью Петя ехал на дачу, если с вишней он ехал на 3 км/ч медленнее? Ответ дайте в км/ч.

23. При каком значении параметра a прямая $y = x + a$ касается параболы $y = -x^2 - 4x - 3$? Найдите координаты точки касания. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении a.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и периметром 19 вписана окружность, K — точка касания этой окружности со стороной BC. Найдите сторону AB, если $KC = 3$.

25. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD $\angle ABC = \angle ACD$. Известно, что $AC = 2BC$. Докажите, что $AD = 4BC$.

26. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с меньшим основанием $BC = 8$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O и перпендикулярны. Найдите боковую сторону этой трапеции, если расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABO и CDO, равно 6.

Вариант № 19

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $2{,}3 \cdot 10^4 + 5{,}73 \cdot 10^3$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 172) отмечены числа m и n.

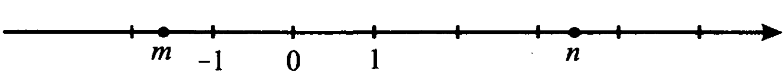


Рис. 172

Какое из следующих утверждений верно?

1) $n+m<1$ 2) $n-m\geqslant 6$ 3) $n^2+m^2>10$ 4) $n^2-m\leqslant 9$

3. Значение какого из выражений является числом иррациональным?

1) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}$ 2) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\sqrt{2}$

3) $\dfrac{\sqrt{4}-\sqrt{2}}{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{6}$ 4) $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\sqrt{2}$

4. Найдите корни уравнения $2x^2-x-10=0$.

Ответ: ________________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 173) и формулами, которые их задают.

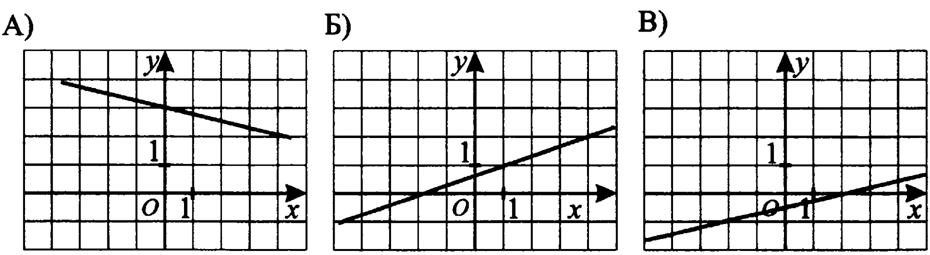


Рис. 173

1) $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$ 2) $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$

3) $y=-\dfrac{1}{4}x+3$ 4) $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия: 40; −20; 10 ... Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: ________________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{(x^2+7x+13)^2-(x^2-3x+7)^2}{4x^2+8x+40}\cdot\dfrac{x}{10x+6}$ и найдите его значение при $x=2014{,}8$.

Ответ: ________________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x + 4 > 0, \\ 3(x + 1) \leqslant 5. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 174) изображено множество её решений?

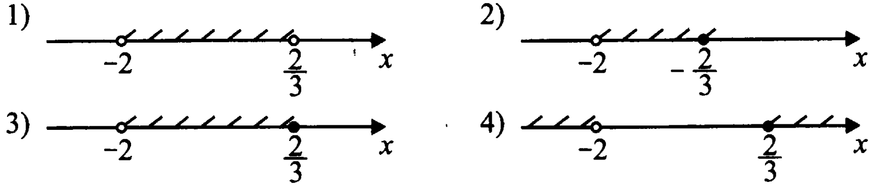


Рис. 174

Модуль «Геометрия»

9. Найдите градусную меру угла D выпуклого пятиугольника $ABCDE$, если известно, что $\angle A = 140°$, $\angle B = 120°$, $\angle E = 40°$, а угол C в два раза меньше угла D (см. рис. 175).

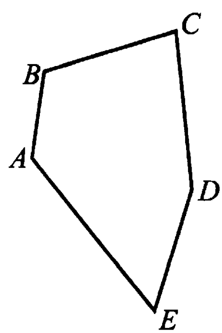


Рис. 175

Ответ: ________________________ .

10. Найдите длину хорды AB, находящейся на расстоянии 9 от центра окружности O, если радиус окружности $OA = 15$ (см. рис. 176).

Ответ: ________________________ .

11. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рисунке 177 (все углы прямые).

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC (см. рис. 178) $BC = 24$, $\cos C = 0{,}8$. Найдите гипотенузу AC.

Ответ: ________________________ .

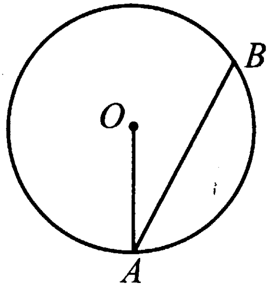


Рис. 176

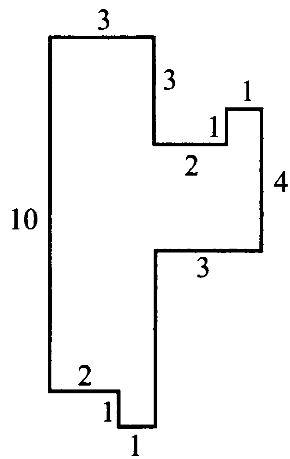


Рис. 177

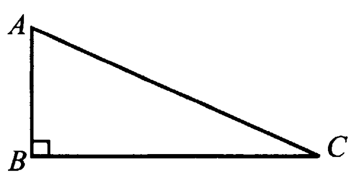


Рис. 178

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) В любой выпуклый семиугольник можно вписать окружность.

2) Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно радиусу описанной окружности.

3) Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.

4) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Ответ: ________________________.

Модуль «Реальная математика»

14. В метро города Прямск все ветки прямолинейны, а станции пронумерованы. На рисунке 179 изображена схема метро Прямска, при этом станции отмечены жирными точками и имеют номера.

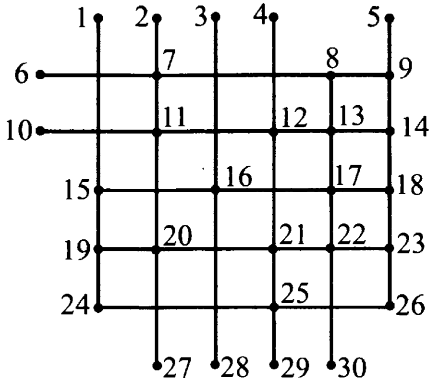


Рис. 179

Какое наименьшее число пересадок придётся сделать пассажиру, желающему со станции 7 добраться до станции 24?

Ответ: ________________________ .

15. Температура Олеси в день заболевания менялась с 6 до 20 часов, как показано на рисунке 180.

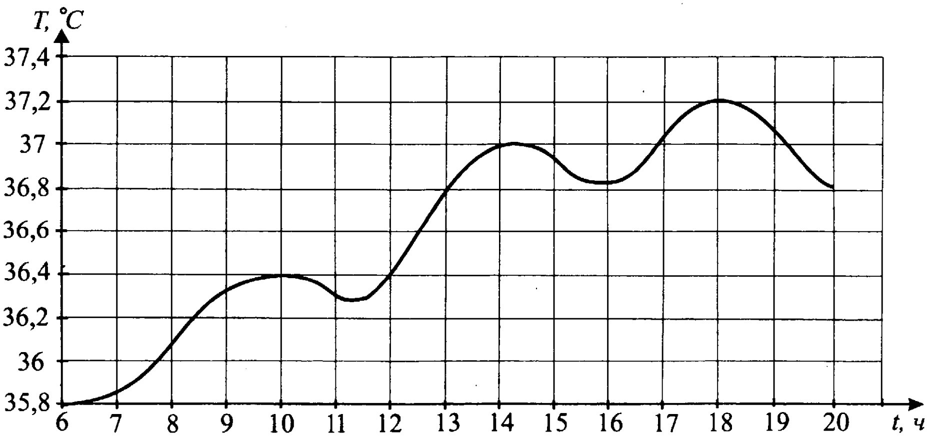


Рис. 180

По горизонтали указывается время суток (в часах), по вертикали — температура тела (в градусах Цельсия). Укажите максимальную температуру (в градусах) за этот период.

Ответ: ________________________ .

16. В связи с застройкой ширину прямоугольного парка сократили на 20%, а длину — на 30%. На сколько процентов уменьшилась площадь парка?

Ответ: ________________________ .

17. На расстоянии 12 шагов от столба высотой 5 м вбили кол, отбрасывающий тень длиной 18 шагов (см. рис. 181). Определите высоту кола (в метрах).

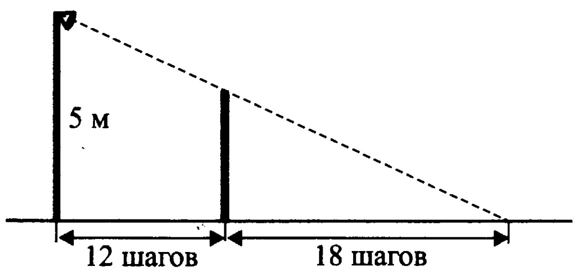


Рис. 181

Ответ: ________________________ .

18. На диаграммах (см. рис. 182) показано распределение угодий у двух землевладельцев. Какие из следующих утверждений верны, если каждый из них имеет в своём распоряжении ровно 8 га земли?

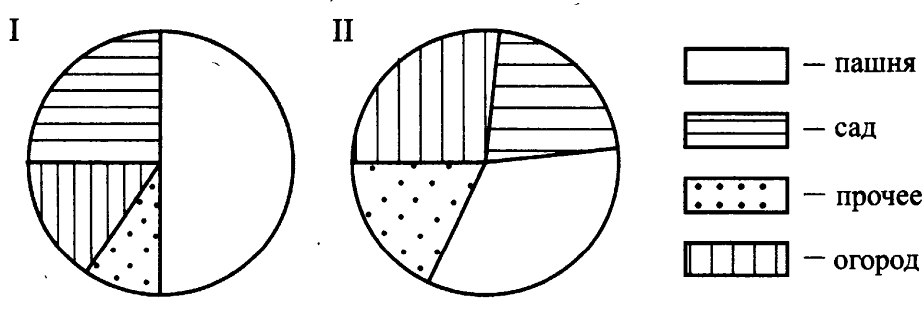


Рис. 182

1) У первого землевладельца пашни не больше, чем у второго.

2) У обоих землевладельцев под огород отдано менее 4 га земли.

3) У второго землевладельца сад занимает более 2 га земли.

4) У каждого землевладельца огород вместе с пашней занимает не менее половины земли.

Ответ: ____________________ .

19. На каждые 392 качественных праздничных фонарика приходится 608 бракованных. Какова вероятность, что наудачу купленный фонарик бракован?

Ответ: ____________________ .

20. Экскурсионная фирма «Осмотрись» предлагает обзорные экскурсии по городу. Стоимость билета (в рублях) для одного человека рассчитывается по формуле $C = \dfrac{50t + 1000 + 600k}{N}$, где t — время поездки (в минутах), k — количество охваченных достопримечательностей, N — число туристов в группе. Сколько рублей должен заплатить Борис Борисович за 80-минутную экскурсию с обзором 7 достопримечательностей, если всего в группе 23 туриста?

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение $\sqrt{\sqrt{\dfrac{12^k \cdot 27}{3^{k-1} \cdot 4^{k+1}}} + 4{,}5}$.

22. Из города A выехал автомобилист. Одновременно навстречу ему из города B выехал другой автомобилист со скоростью на 20 км/ч больше; они встретились через 6 часов. Если бы первый выехал на 3 часа позже второго, то они бы встретились через 4 часа 15 минут после выезда первого. Найдите расстояние между городами.

23. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} |x|, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 2; \\ -x^2 + 6x - 6, \text{ при } x > 2 \text{ и при } x < -1. \end{cases}$$

При каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с этим графиком ровно 2 общие точки?

Модуль «Геометрия»

24. Площадь параллелограмма равна 40. При этом соседние стороны этого параллелограмма равны 8 и 10 (см. рис. 183). Найдите больший угол параллелограмма.

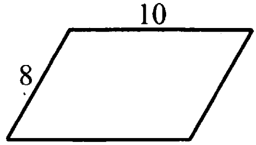


Рис. 183

25. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ точки K, M, N, P — середины сторон AB, CD, DE, AF соответственно (см. рис. 184). Докажите, что $KMNP$ — прямоугольник.

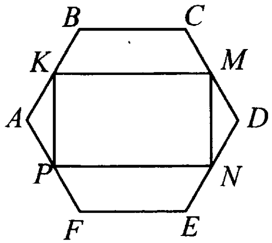


Рис. 184

26. Точка K находится внутри равностороннего треугольника и соединена с каждой из его вершин. Три образовавшихся треугольника имеют одинаковую площадь, в каждый из них вписана окружность радиуса r. Найдите r, если сторона исходного треугольника равна $2\sqrt{3}$.

Вариант № 20

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $7{,}3 \cdot 0{,}01 + 2{,}2 \cdot 0{,}001$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой отмечены числа m и n (см. рис. 185). Какое из следующих утверждений верно?

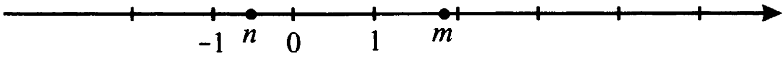


Рис. 185

1) $m+n>2$ 2) $-n>m$ 3) $n^2<-n$ 4) $mn>m$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 2) $\dfrac{(\sqrt{7}-3)^2}{\sqrt{7}+3}$

3) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+2\sqrt{2}$ 4) $(\sqrt{17}+17)^2$

4. Найдите корни уравнения $2x^2-5x-7=0$.

Ответ: ______________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 186).

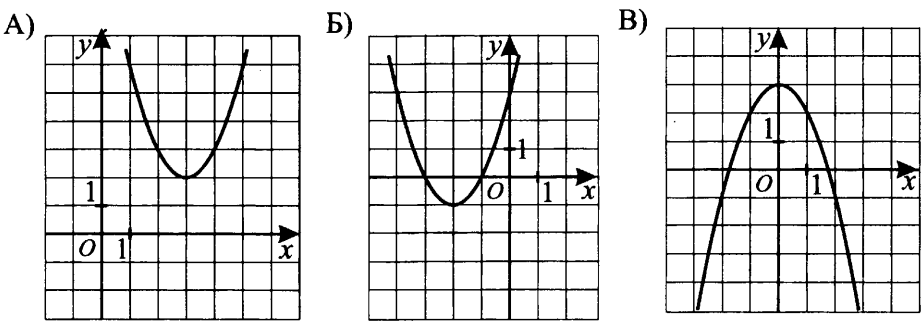


Рис. 186

1) $y=(x+2)^2-1$ 2) $y=3-x^2$

3) $y=(x+2)^2+2$ 4) $y=(x-3)^2+2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия: 1; −2; 4; ... Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: ______________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{(3-x^2)^2-(3+x^3)^2}{-6+x^2-x^3}\cdot\dfrac{2}{1+x}$ и найдите его значение при $x=1{,}2$.

Ответ: ________________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases}2x-3\leqslant 0,\\ -7x+2<-5.\end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 187) изображено множество её решений?

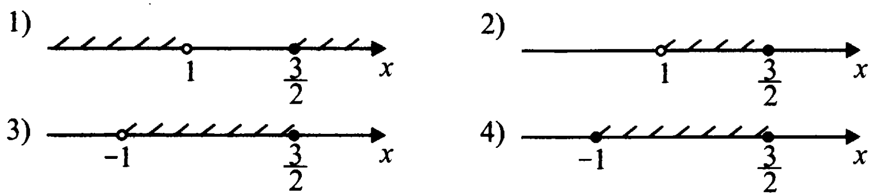


Рис. 187

Модуль «Геометрия»

9. Найдите градусную меру угла F выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ (см. рис. 188), если известно что $\angle A=\angle B=120°$, $\angle C=\angle D=90°$, $\angle F=\angle E$.

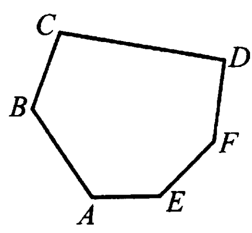


Рис. 188

Ответ: ________________________ .

10. Длина хорды AB равна 30, диаметр окружности равен 34. Найдите расстояние OO' от центра окружности до хорды (см. рис. 189).

Ответ: ________________________ .

11. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рисунке 190 (все углы прямые).

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC (см. рис. 191) $AB=16$, $\sin\angle C=0{,}4$. Найдите гипотенузу AC.

Ответ: ________________________ .

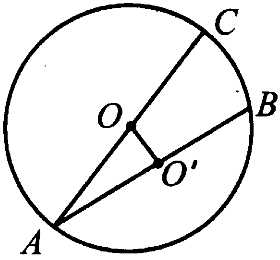


Рис. 189

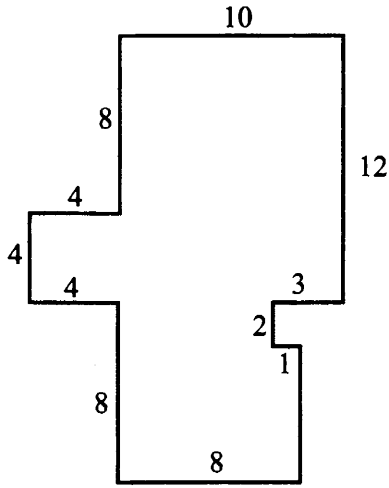


Рис. 190

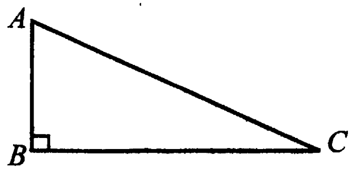


Рис. 191

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) Диагональ квадрата равна его стороне.

2) Площадь выпуклого четырёхугольника равна произведению диагоналей на угол между ними.

3) Вокруг любого выпуклого восьмиугольника можно описать окружность.

4) В любой прямоугольный треугольник можно вписать окружность.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В метро города Кружилово все ветки имеют вид окружности, а станции пронумерованы (см. рис. 192). Пассажир находится на станции 2 и хочет попасть на станцию 32. Какое наименьшее число пересадок ему потребуется?

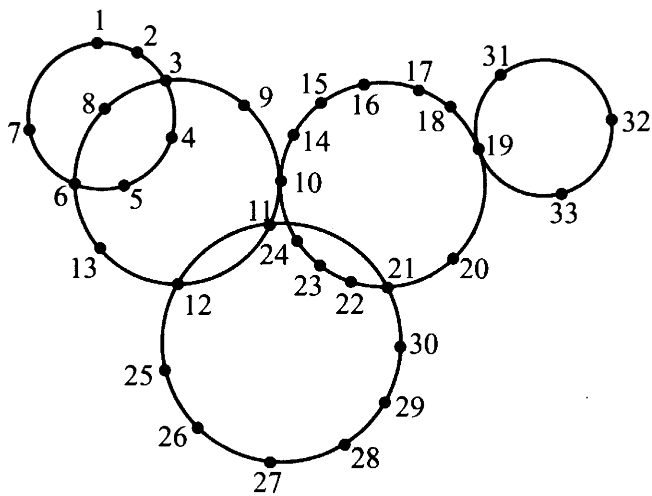


Рис. 192

Ответ: ________________________ .

15. На рисунке 193 изображён график изменения температуры горячей воды в кране в зависимости от времени суток 8 февраля 2014 года. По горизонтали указывается время суток (в часах), по вертикали — температура (в градусах Цельсия). Определите наибольшую температуру в период с 2 до 16 часов. Ответ укажите в градусах Цельсия.

Ответ: ________________________ .

16. В предпраздничный день было решено сократить уроки на 20%, а перемены на 50%. Серёжа учится в 8 «А» классе, его расписание в указанный день представлено таблицей (см. с. 169).

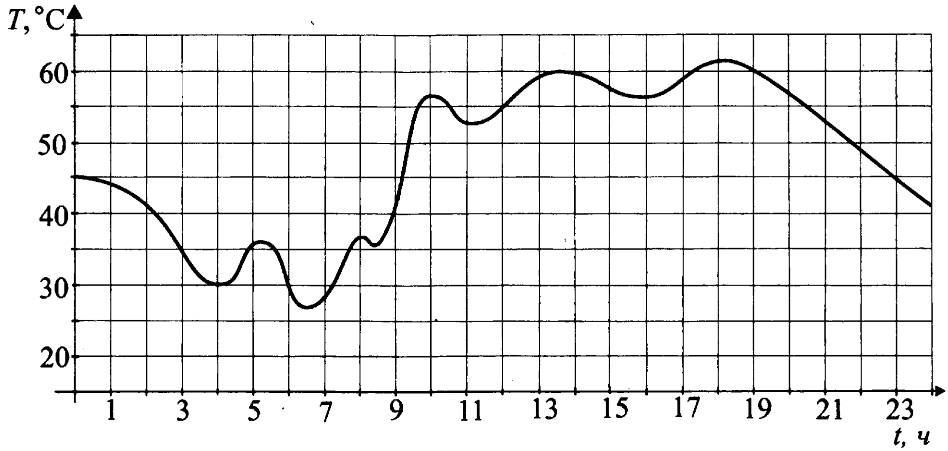


Рис. 193

Предмет	Начало	Конец
Русский язык	8–00	8–45
Литература	9–00	9–45
Алгебра	10–00	10–45
Геометрия	11–00	11–45
Физика	12–00	12–45

Через сколько минут после начала занятий Серёжа освободится?

Ответ: ________________________ .

17. На расстоянии 16 шагов от столба был вбит кол высотой 2,3 м (см. рис. 194). Определите высоту фонарного столба (в метрах), если длина тени кола 8 шагов.

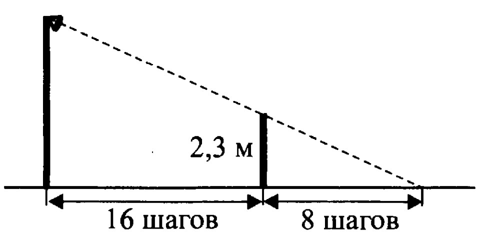


Рис. 194

Ответ: ________________________ .

18. На диаграммах (см. рис. 195) показано распределение банок с вареньем по двум погребам. В каждом погребе хранится ровно 400 банок. Какое из следующих утверждений верно?

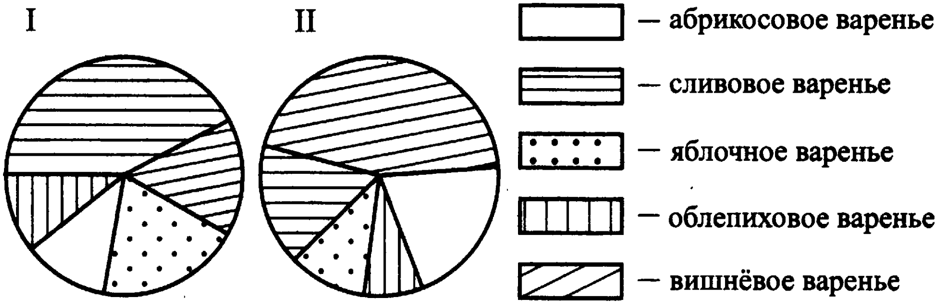


Рис. 195

1) В первом погребе не менее 200 банок со сливовым вареньем.

2) Всего облепихового варенья не менее 200 банок.

3) Всего абрикосового варенья не меньше 100 банок.

4) В обоих погребах яблочного варенья осталось больше, чем вишнёвого.

19. На каждые 188 качественных стульев приходится 12 бракованных. Александр купил стул. Какова вероятность того, что этот стул окажется бракованным?

Ответ: ______________________ .

20. Туристическая фирма «Майская ночь» предлагает короткие водные прогулки на специальных катерах. Стоимость билета (в рублях) на одного человека рассчитывается по формуле $C = \frac{210t + 400}{N}$, где t — время прогулки (в минутах), N — количество пассажиров. Сколько рублей заплатит Ерофей Артемьевич за 60-минутную прогулку, если всего на катере 52 пассажира?

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение: $\sqrt{3 \cdot \sqrt{\dfrac{30^{m+3} \cdot 5}{2^{m-1} \cdot 5^m \cdot 3^{m+1}}} + 6}$.

22. Из города A в город B одновременно выехали 2 мотоциклиста, причём скорость первого была на 10 км/ч больше скорости второго и первый мотоциклист прибыл в город B на 4 часа раньше другого мотоциклиста. Если бы они выехали из этих городов одновременно и навстречу друг другу, то встретились бы через 4 часа 48 минут. Найдите расстояние между городами.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} |x-2|, \text{при } 0 < x < 3; \\ x^2 - 4x - 2, \text{при } x \leqslant 0 \text{ и } x \geqslant 3. \end{cases}$

При каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с этим графиком ровно 2 общие точки?

Модуль «Геометрия»

24. В параллелограмме основания равны 12 и 10, а меньшая высота — 9. Определите бóльшую высоту (см. рис. 196).

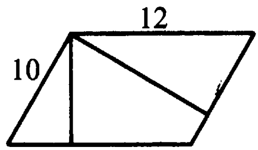


Рис. 196

25. В правильном пятиугольнике $ABCDE$ точки K, L, M, N — середины сторон AB, BC, CD, EA соответственно. Докажите, что $KLMN$ — равнобедренная трапеция (см. рис. 197).

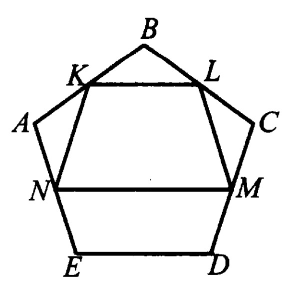


Рис. 197

26. Точка K находится внутри равностороннего треугольника и соединена с каждой из его вершин. Вокруг образовавшихся треугольников описаны окружности одинакового радиуса. Найдите этот радиус, если сторона исходного равностороннего треугольника равна 9.

Вариант № 21

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Укажите выражение, значение которого является наибольшим.

1) $\dfrac{2}{0{,}4}$ 2) $1{,}5 : 3$ 3) $\frac{3}{5} - \frac{7}{2}$ 4) $\frac{5}{3} - \frac{2}{7}$

2. Найдите сумму целых чисел, которые расположены между числами $-\sqrt{37}$ и $\sqrt{3}$.

Ответ: ________________ .

3. Упростите выражение $(9\sqrt{72} - \sqrt{18} + \sqrt{450}) : 3\sqrt{2}$.

Ответ: ________________ .

4. Укажите наибольший корень уравнения $4x^2 - 3x - 7 = 0$.

Ответ: ________________ .

5. График какой функции изображён на рисунке 198?

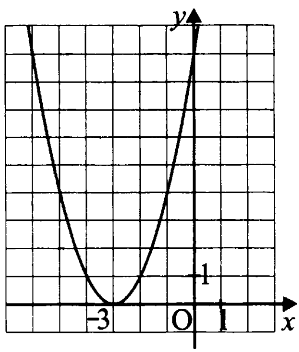


Рис. 198

1) $y = (x-3)^2$ 2) $y = x^2 - 3$ 3) $y = x^2 + 3$ 4) $y = (x+3)^2$

6. Дана арифметическая прогрессия $-3;\ 2;\ 7 \ldots$. Найдите десятый член этой прогрессии.

Ответ: ________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} - \dfrac{2}{x}$ и найдите его значение при $x = 137{,}18$.

Ответ: ________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x - 3 < 1{,}2, \\ 5 - 3x \leqslant 8. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 199) изображено множество её решений?

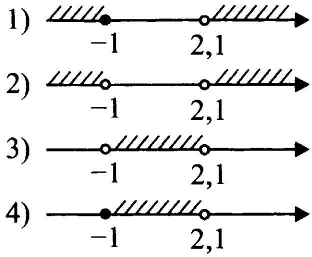


Рис. 199

Ответ: ______________________ .

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC угол A равен $54°$ (см. рис. 200). Найдите величину внешнего угла при вершине C.

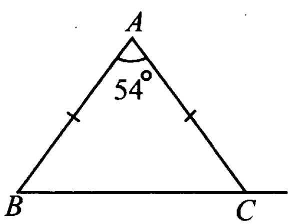


Рис. 200

Ответ: ______________________ .

10. Прямая AC касается окружности с центром O радиуса 4 в точке A (см. рис. 201). Найдите длину отрезка AC, если угол $ACO = 30°$.

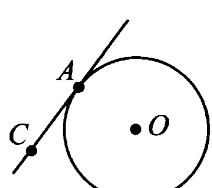


Рис. 201

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке 202.

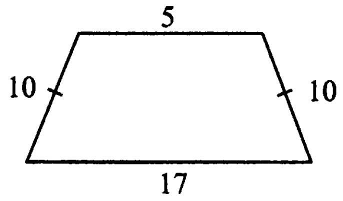


Рис. 202

Ответ: ______________________ .

12. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота $CH = 6$, $AB = 16$. Найдите синус угла A.

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

2) Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

3) Ненулевые векторы $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда $x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2 = 0$.

4) Сумма углов треугольника равна 180°.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. Учитель Иванов И. И. выезжает из Ростова-на-Дону на конференцию в Московский университет. Работа конференции начинается в 9:00. В таблице дано расписание поездов из Ростова-на-Дону в Москву.

Номер поезда	**Отправление из Ростова-на-Дону**	**Прибытие в Москву**
284С	01 : 21	05 : 35
077Й	05 : 11	05 : 00
642Ж	07 : 04	06 : 16
33С	08 : 06	06 : 28

Путь от вокзала до университета занимает 2 часа 40 минут. Укажите номер самого удобного (по времени прибытия) поезда, который подходит учителю Иванову И. И.

Ответ: ____________________ .

15. На рисунке 203 жирными точками показана цена природного газа на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 29 января. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена за 1 миллион БТЕ газа в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой газа на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за 1 миллион БТЕ).

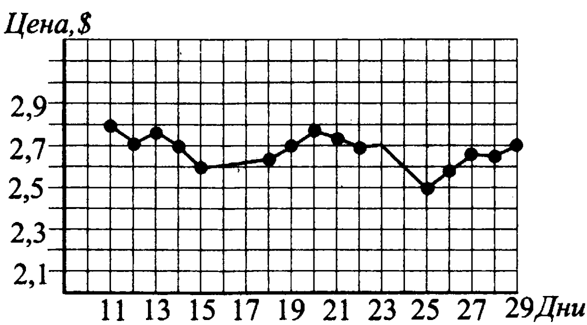


Рис. 203

Ответ: ____________________ .

16. Фотоальбом стоил 420 рублей. После повышения цены он стал стоить 504 рубля. На сколько процентов была повышена цена на фотоальбом?

Ответ: ____________________ .

17. По данным рисунка 204 найдите длину отрезка DC.

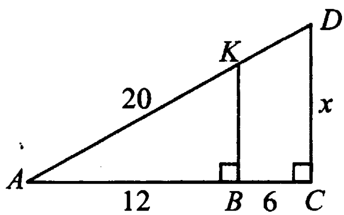


Рис. 204

Ответ: ____________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 205) показано распределение количества осадков, выпавших в городе Ростове-на-Дону с 31 января по 3 февраля 2014 года. Всего за эти дни выпало 12 мм осадков.

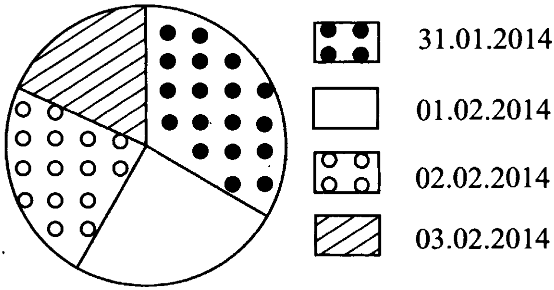


Рис. 205

Какого числа количество осадков было наименьшим?

1) 31.01.2014 2) 01.02.2014 3) 02.02.2014 4) 03.02.2014

19. В магазине 300 шкатулок: 120 штук прямоугольной формы, 150 — квадратной формы, а остальные круглые. Продавец показывает Саше случайно выбранную шкатулку. Найдите вероятность того, что эта шкатулка будет круглой формы.

Ответ: ____________________ .

20. Пользуясь формулой скорости $v = 30 - 2t$, найдите, в какой момент времени t (в секундах) скорость была 6 м/с.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{175^{n+2}}{5^{2n+5} \cdot 7^{n+1}}$.

22. Моторная лодка прошла расстояние 24 км по течению реки и такое же расстояние против течения, затратив на весь путь 16 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x-1)(x+5)}$. Найдите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C гипотенуза $AB = 20$ см и катет $BC = 12$ см. Найдите высоту CH этого треугольника.

25. В параллелограмме $OMCK$ биссектриса угла M пересекает сторону OK в точке A, а биссектриса угла К пересекает сторону MC в точке B. Докажите, что четырёхугольник $AMBK$ — параллелограмм.

26. В треугольник ABC, площадь которого $8\sqrt{14}$, вписана окружность. Окружность касается сторон AC, BC и AB соответственно в точках D, K, M. Найдите длину стороны AC, если $AD : DC = 1 : 4$ и $BK : KC = 1 : 2$.

Вариант № 22

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1{,}25 \cdot 4 \cdot 0{,}8$.

Ответ: ____________________ .

2. Найдите сумму целых чисел, которые расположены между числами $-\sqrt{17}$ и $\sqrt{2{,}5}$.

Ответ: ____________________ .

3. Упростите выражение $\left(\sqrt{75} + \frac{5}{3}\sqrt{243} - \sqrt{300}\right) : 5\sqrt{3}$.

Ответ: ____________________ .

4. Укажите наибольший корень уравнения $x^2 - 0{,}8x = 0$.

Ответ: ____________________ .

5. График какой функции изображён на рисунке 206?

1) $y = (x-3)^2$
2) $y = x^2 - 3$
3) $y = x^2 + 3$
4) $y = (x+3)^2$

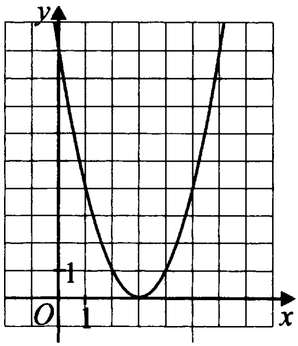


Рис. 206

6. Дана геометрическая прогрессия -8; -4; -2; ... . Найдите седьмой член этой прогрессии.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{x^2-3x}{x^2-9}+\dfrac{3}{x+3}$ и найдите его значение при $x=213{,}95$.

Ответ: ________________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x-3\geqslant 5, \\ 5-3x<8. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 207) изображено множество её решений?

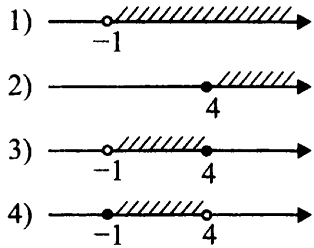


Рис. 207

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике один из углов равен 140 (см. рис. 208). Найдите внешний угол при основании этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

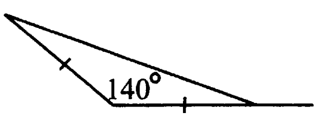


Рис. 208

Ответ: ________________________ .

10. Прямая BP касается окружности с центром O радиуса 6 в точке B (см. рис. 209). Найдите длину отрезка BP, если $\angle BOP = 60°$.

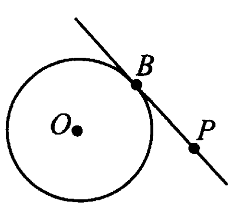


Рис. 209

Ответ: ________________________ .

11. Площадь треугольника ACE равна 90 (см. рис. 210). На сторонах AC и CE треугольника взяли точки B и D так, что $BD \parallel AE$, $BC : AC = 1 : 3$. Найдите площадь четырёхугольника $ABDE$.

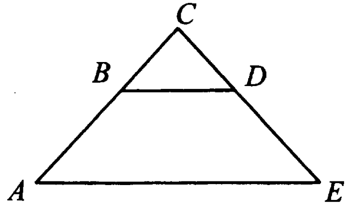


Рис. 210

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $AB = 6$. Найдите синус угла A.

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

2) В каждом треугольнике углы при основании равны.

3) Высота равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является медианой и биссектрисой.

4) Если при пересечении двух прямых секущей сумма накрест лежащих углов равна 180°, то прямые параллельны.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице указаны цены (в рублях) за билет на поезда из города Ростова-на-Дону в город Сочи.

Номер поезда	Плацкарт	Купе	Люкс
148В	1585	2118	4844
104В	1587	3569	4291
102М	1586	2261	4589

Семья из трёх человек решила приобрести купейные билеты по минимальной цене. Сколько рублей им придётся заплатить за билеты?

Ответ: ________________________ .

15. На рисунке 211 жирными точками показана цена нефти марки brent на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 1 по 21 февраля. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена за галлон нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену нефти (в долларах США за галлон) на момент закрытия торгов в указанный период.

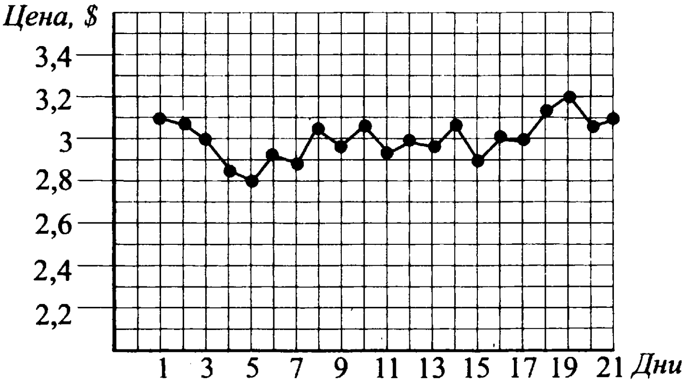


Рис. 211

Ответ: ____________________ .

16. Цена на пароварку была повышена на 17% и составила 3510 рублей. Сколько рублей стоила пароварка до повышения цены?

Ответ: ____________________ .

17. По данным рисунка 212 найдите длину отрезка BC.

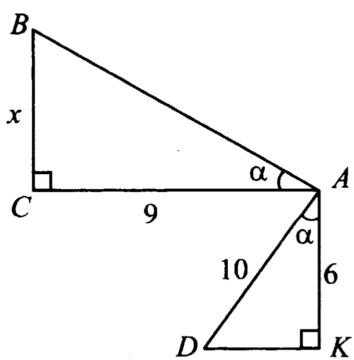


Рис. 212

Ответ: ____________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 213) представлено распределение количества осадков, выпавших в городе Ростове-на-Дону с 31 января по 3 февраля 2014 года.

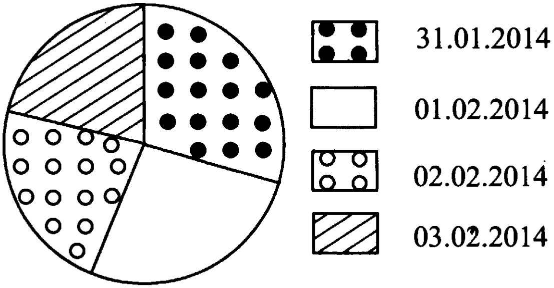


Рис. 213

Какого числа в городе Ростове-на-Дону количество осадков было самым большим за указанный период?

1) 31.01.2014 2) 01.02.2014 3) 02.02.2014 4) 03.02.2014

19. В конкурсе «Мисс математика», который проводился среди девушек 8 – 10 классов, участие приняло 10 человек: 4 участницы из восьмых классов, 4 — из девятых классов, остальные участницы были из десятых классов. Порядок выхода участниц на сцену определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что первой на сцену выйдет десятиклассница?

Ответ: ______________________ .

20. Выразите из формулы пути $S = 20 - 2,5t$ время t. В ответе укажите значение t (в секундах), если $S = 5$ м.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{54^{n+2}}{3^{3n+4} \cdot 2^{n+1}}$.

22. Цену товара сначала уменьшили на 20%, а затем увеличили на 30%. После этого она составила 3120 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

23. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 10x^2 + 9}{(x-1)(x+3)}$ и определите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ имеет с графиком только одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны длины катетов: $BC = 12$ см, $AC = 16$ см. Найдите BD, если CD — биссектриса угла C.

25. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отмечены равные отрезки AM и CK. Докажите, что $BKDM$ — параллелограмм.

26. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины C прямого угла проведена высота CM. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ACM и BMC, равны 3 см и 4 см соответственно. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Вариант № 23

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1}{7}\left(7^2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right) + 28 \cdot \frac{1}{4}\right)$.

Ответ: ________________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 214) отмечены числа x и y. Какое из следующих чисел наибольшее?

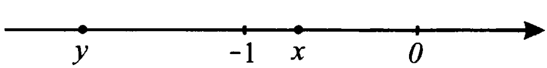


Рис. 214

1) $y + 2x$ 2) $|-y-x|$ 3) $|y-x|$ 4) $x + 2y$

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $(\sqrt{3})^3$ 2) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ 3) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$ 4) $\sin 60°$

4. Найдите корни уравнения $x^2 - 13x + 40 = 0$.

Ответ: ________________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 215) и формулами, которые их задают.

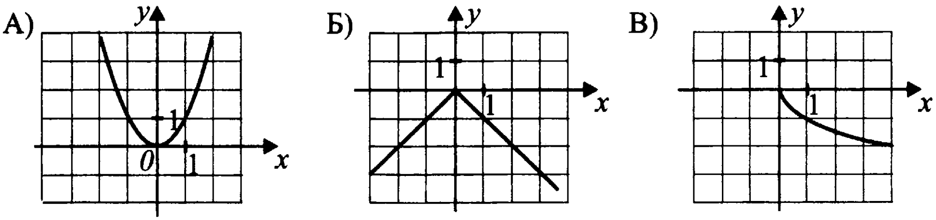


Рис. 215

1) $y = -|x|$ 2) $y = -\sqrt{x}$

3) $y = x^2$ 4) $y = -x^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: 5; 1; −3; −7; ... Чему равен её восьмой член?

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\frac{1}{16}\left((m+5)^2 - (3-m)^2\right)$, найдите его значение при $m = 2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ____________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 6 - 5x > 0, \\ -4 - x < 3. \end{cases}$ На какой из координатных прямых рисунка 216 изображено множество её решений?

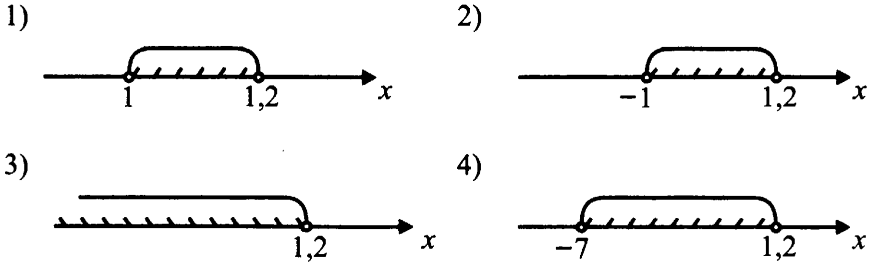


Рис. 216

Модуль «Геометрия»

9. К окружности с центром O проведена касательная BA (A — точка касания). Известно, что $\angle OBC = 130°$. Найдите $\angle AOB$ (см. рис. 217).

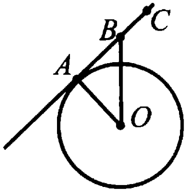


Рис. 217

Ответ: ________________________ .

10. К окружности проведены касательная и секущая из одной точки M. Касательная касается окружности в точке N, секущая пересекает окружность в точках P и Q (см. рис. 218). Известно, что $MP = 4$, $PQ = 5$. Найдите MN.

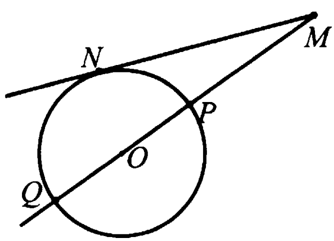


Рис. 218

Ответ: ________________________ .

11. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 219.

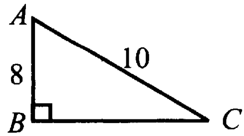


Рис. 219

Ответ: ________________________ .

12. Найдите тангенс угла ABC, изображённого на рисунке 220.

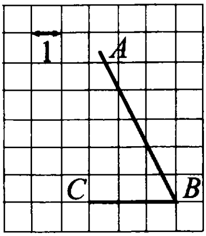


Рис. 220

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) Если в трапеции диагонали равны, то такая трапеция — прямоугольник.

2) В любом треугольнике выполняется теорема Пифагора.

3) В любом треугольнике сумма двух сторон больше третьей стороны.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведено расписание движения автобусов от станции A до станции B:

Отправление из A	11^{40}	13^{10}	15^{50}
Прибытие в B	12^{45}	14^{20}	17^{05}

Пассажир оказался на станции A в 12^{40} и собирается как можно скорее попасть на станцию B. Когда он сможет оказаться на станции B, если поедет на автобусе?

1) 12^{45} 2) 14^{20}

3) 17^{05} 4) нет правильного ответа

15. На рисунке 221 показан график зависимости напряжения в электрической цепи от времени. В какой момент времени напряжение было равно 30 В? Ответ дайте в секундах.

Ответ: ________________________ .

16. В будние дни билет в кино стоит 200 рублей, а в выходные цена на 30% выше. Семья из трёх человек покупает три билета на сеанс в воскресенье. Сколько рублей будут стоить билеты?

Ответ: ________________________ .

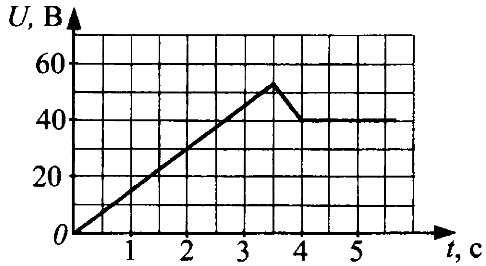


Рис. 221

17. Длина тени от дерева равна 4,08 м, а длина тени мальчика ростом 1,6 м составляет 1,36 м. Какова высота дерева? Ответ дайте в метрах.

Ответ: ________________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 222) представлены результаты переучёта ассортимента магазина одежды.

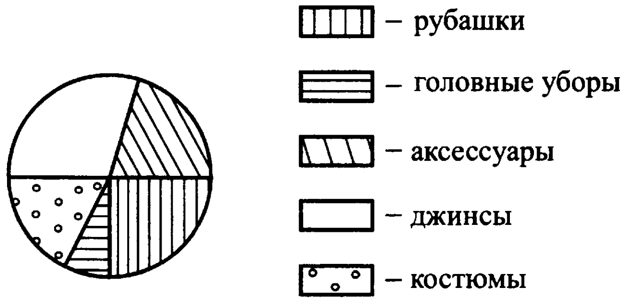


Рис. 222

Укажите номера верных утверждений:

1) Аксессуары составляют более половины ассортимента.

2) Джинсов в ассортименте больше, чем рубашек.

3) Костюмы и головные уборы составляют около четверти ассортимента.

4) Аксессуаров в ассортименте меньше, чем джинсов.

Ответ: ________________________ .

19. На автобусном маршруте работают 25 автобусов, из них 11 белых, 5 зелёных, остальные — серые. Найдите вероятность того, что автобус, подъехавший к остановке, окажется серым.

Ответ: ________________________ .

20. Кинетическая энергия тела E (Дж) массой m (кг), движущегося со скоростью v (м/с), вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$. Пользуясь этой формулой, найдите скорость (м/с) тела массой 5 кг, имеющего кинетическую энергию 40 Дж. Ответ дайте в м/с.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{15^{n+2}}{3^{n-1} \cdot 5^{n+1}}$.

22. Велосипедист проехал расстояние 67 км за 4 часа, причём на последних 27 км пути его скорость была на 2 км/ч больше, чем на предыдущем участке пути. Сколько времени затратил велосипедист на последние 27 км пути? Ответ дайте в часах.

23. Постройте график функции $y = ||x + 1| - 2|$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно 3 общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC известны катеты: $AC = 5$, $BC = 12$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

25. Докажите, что в равнобедренном треугольнике медианы, проведённые к боковым сторонам, равны.

26. Около окружности радиуса 4 см описана равнобедренная трапеция площадью 80 см^2. Найдите стороны трапеции.

Вариант № 24

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $6\left(6^2 \cdot \left(\frac{1}{36}\right) + 6^2 \cdot \frac{2}{36}\right)$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 223) отмечены числа m и n. Какое из следующих чисел наибольшее?

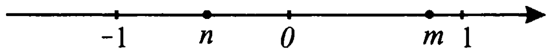


Рис. 223

1) $m-n$ 2) $n+m$ 3) $|m+n|$ 4) $2n$

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 2) $\sin 30^\circ$ 3) π 4) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

4. Найдите корни уравнения $x^2+2x-48=0$.

Ответ: ________________________.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 224) и формулами, которые их задают.

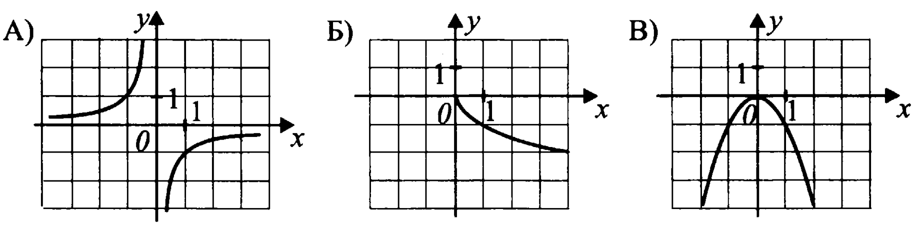


Рис. 224

1) $y=-\sqrt{x}$ 2) $y=-\dfrac{1}{x}$

3) $y=-|x|$ 4) $y=-x^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: 6; 3; 0; -3; ... Чему равен её девятый член?

Ответ: ________________________.

7. Упростите выражение $\dfrac{1}{m}\Big((m-4)^2-8(2-m)\Big)$, найдите его значение при $m=3$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________________.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x + 11 > 0, \\ 3 - x < -2. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 225) изображено множество её решений?

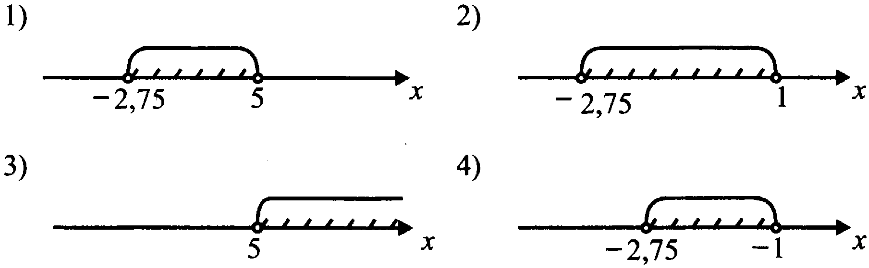


Рис. 225

Модуль «Геометрия»

9. В $\triangle ABC$ $\angle B = 90°$, $AB = 3$, внешний угол при вершине A равен $120°$. Найдите гипотенузу $\triangle ABC$ (см. рис. 226).

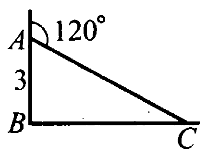


Рис. 226

Ответ: ____________________ .

10. На рисунке 227 $\smile MP = \smile KQ = 130°$ и $\smile MK = 90°$. Найдите $\angle N$. Ответ дайте в градусах.

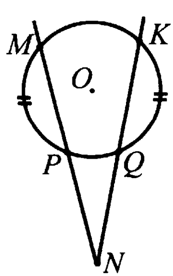


Рис. 227

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 228.

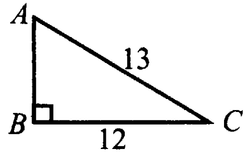


Рис. 228

Ответ: ______________________ .

12. Найдите тангенс угла MNP, изображённого на рисунке 229.

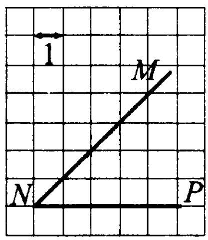


Рис. 229

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера **неверных** утверждений.

1) В параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.
2) В прямоугольнике диагонали являются биссектрисами.
3) Диагонали трапеции равны.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведено расписание движения электричек от станции A до станции B:

Отправление из A	12^{15}	15^{30}	18^{05}
Прибытие в B	14^{00}	17^{20}	20^{00}

Пассажир оказался на станции A в 14^{00} и собирается как можно скорее попасть на станцию B. Когда он сможет там оказаться, если поедет на электричке?

1) 14^{10}
2) 17^{20}
3) 20^{00}
4) нет правильного ответа

15. На рисунке 230 показан график зависимости напряжения в электрической цепи от времени. В какой момент времени напряжение было равно 20 В? Ответ дайте в секундах.

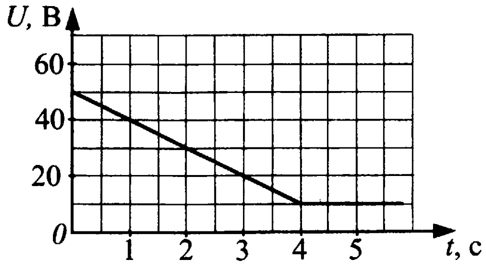


Рис. 230

Ответ: ______________________ .

16. В выходные дни билет в кино стоит 300 рублей, а в будние дни цена на 30% ниже. Семья из четырёх человек покупает четыре билета на сеанс в четверг. Сколько будут стоить билеты? Ответ дайте в рублях.

Ответ: ______________________ .

17. Длина тени от дома равна 12 м, а длина тени мальчика ростом 1,5 м составляет 1,2 м. Определите высоту дома. Ответ дайте в метрах.

Ответ: ______________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 231) представлены результаты переучёта ассортимента продуктового магазина.

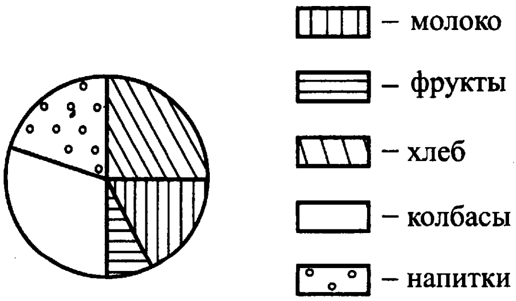


Рис. 231

Укажите номера верных утверждений.

1) Напитки и колбасы составляют около половины ассортимента.
2) Молока в ассортименте больше, чем фруктов.
3) Хлеба в ассортименте меньше, чем напитков.

4) Хлеб и напитки составляют более половины ассортимента.

Ответ: ______________________ .

19. На автобусном маршруте работают 9 зелёных автобусов, 10 серых и 6 белых. Найдите вероятность того, что автобус, подъехавший к остановке, окажется серым.

Ответ: ______________________ .

20. Сила тока (А) на участке электрической цепи вычисляется по закону Ома $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение (В), R — сопротивление (Ом). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление, при котором сила тока будет равна 3 А при напряжении 24 В. Ответ дайте в омах.

Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{12^{n+2}}{2^{2n+3} \cdot 3^{n+3}}$.

22. Велосипедист выехал из А в В по дороге длиной 24 км, а назад вернулся по другой дороге, длина которой 30 км. На обратном пути он увеличил скорость на 2 км/ч, но, тем не менее, затратил на 6 мин. больше, чем на путь из А в В. С какой скоростью он ехал из В в А? Известно, что скорость велосипедиста была меньше 40 км/ч.

23. Постройте график функции $y = |x^2 - 2|x| - 3|$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно 4 общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 15$, высота $BH = 10$. Найдите высоту AK.

25. Докажите, что если в трапеции диагонали равны, то она равнобедренная.

26. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна 72. Найдите боковую сторону этой трапеции, если известно, что острый угол при основании трапеции равен 30°.

Вариант № 25

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Каждому выражению поставьте в соответствие его значение.

А) $3\frac{2}{5}+1\frac{4}{5}$ Б) $24:75$ В) $7\frac{3}{8}-1\frac{7}{8}$

1) 5,5 2) 5,2 3) 0,32

Ответ:

А	Б	В

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{19}$ (см. рис. 232). Какая это точка?

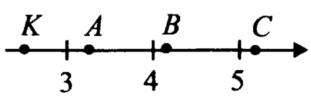


Рис. 232

1) K 2) A 3) B 4) C

Ответ: ____________ .

3. Найдите значение выражения $(1{,}8\cdot 10^{-3}):(2\cdot 10^{-4})$.

1) 38 2) 9 3) 0,9 4) 3,8

4. Решите уравнение $x^2 - x = 30$.

Ответ: ____________ .

5. По графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображённому на рисунке 233, определите знак ac.

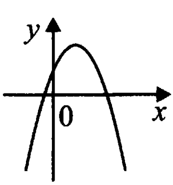


Рис. 233

1) $ac > 0$ 2) $ac < 0$ 3) $ac = 0$ 4) нельзя определить

Ответ: ____________ .

6. Последовательность задана условиями $b_1 = 3, b_2 = 4, b_{n+1} = b_{n-1} + b_n$. Сколько членов этой последовательности меньше 100?

Ответ: ____________ .

7. Упростите выражение $\frac{b-3}{b} : \frac{b^2-9}{b^4+3b^3}$, найдите его значение при $b=\sqrt{2}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ____________________ .

8. Решите неравенство $\frac{x^2}{x} > 4x - 3$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 234) изображено множество его решений.

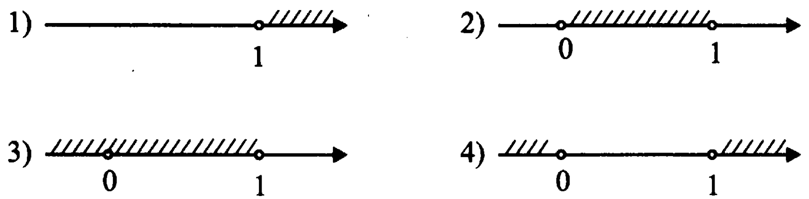


Рис. 234

Модуль «Геометрия»

9. Диагонали AC и BD трапеции являются биссектрисами углов BAD и ABC соответственно (см. рис. 235). Угол CBD равен $70°$. Найдите угол BAC (в градусах).

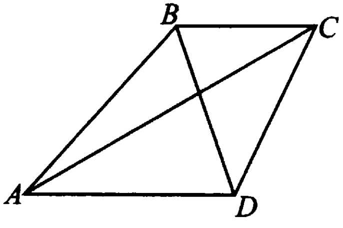


Рис. 235

Ответ: ____________________ .

10. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если известно, что сторона $AB = 3$, $\angle ACB = 30°$.

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 236).

Ответ: ____________________ .

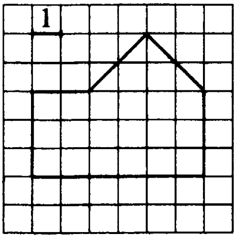


Рис. 236

12. В треугольнике ABC угол C прямой, CH — высота (см. рис. 237). Найдите тангенс угла BCH.

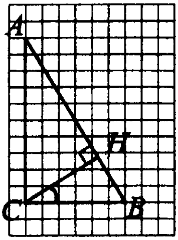


Рис. 237

Ответ: ________________________.

13. Укажите номера верных утверждений.

1) В любой ромб можно вписать окружность.
2) Найдётся ромб, в который можно вписать окружность.
3) В окружность можно вписать угол, равный 200°.
4) Диагонали прямоугольника взаимно перпендикулярны.

Ответ: ________________________.

Модуль «Реальная математика»

14. Организация планирует закупить для офиса кресла, столы и стеллажи у трёх поставщиков. В таблице указана информация о стоимости товаров (в рублях). Какую наименьшую цену (в рублях) заплатит организация за покупку 12 кресел, 16 столов и 9 стеллажей (товары можно закупать у разных поставщиков)?

Поставщик	**Кресло**	**Стол**	**Стеллаж**
А	2599	5628	4470
Б	2219	3700	4300
В	1938	4780	8220

Ответ: ________________________.

15. На графике показана зависимость силы тока I (в амперах) от напряжения U (в вольтах) для двух проводников A и B ($U = I \cdot R$). Определите проводник, у которого сопротивление больше. В ответе напишите его сопротивление (в омах).

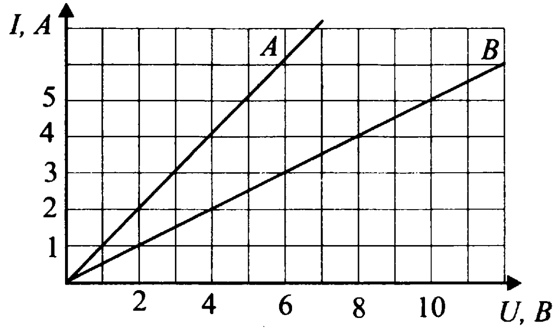


Рис. 238

Ответ: ________________________ .

16. В продуктовом магазине в среду цену на крупу снизили на 10%. В пятницу цену на крупу снизили ещё раз на 10%. Сколько процентов составила бы эквивалентная разовая скидка?

Ответ: ________________________ .

17. Найдите сумму координат вектора AB (см. рис. 239).

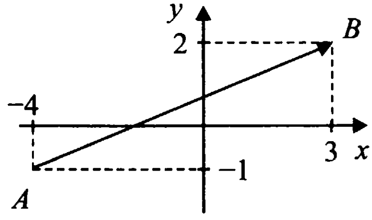


Рис. 239

Ответ: ________________________ .

18. На круговой диаграмме представлено соотношение 4 видов продукции на прилавке хлебного магазина, в котором продаётся 4 вида хлеба (см. рис. 240). Укажите номера верных утверждений.

1) Больше всего буханок ржаного хлеба.
2) Меньше всего буханок отрубного хлеба.
3) Зернового хлеба меньше 25% от общего числа буханок.

Рис. 240

4) Буханок пшеничного хлеба более половины от общего числа буханок.

Ответ: ____________________ .

19. На трёх карточках написали буквы Е, С, Л и положили карточки на стол буквами вниз в произвольном порядке. Какова вероятность того, что после переворачивания карточек получится слово ЛЕС? Ответ округлите до сотых.

Ответ: ____________________ .

20. Пользуясь формулой преобразования температуры в градусах из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия $t_C^\circ = \frac{(t_F^\circ - 32^\circ)}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{9}\right)$, где t_C° и t_F° — температура по шкале Цельсия и Фаренгейта соответственно, выясните, какая температура по шкале Цельсия соответствует 212° по шкале Фаренгейта (градусы в ответе не пишите).

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Выясните, какое из чисел больше: $\frac{1}{\sqrt{6}} - 1$ или $-\frac{4}{5}$.

22. Петя и Женя решают задачи. Петя может решить 20 задач за то время, за которое Женя может решить в 2 раза меньше задач. Петя и Женя могут решить эти 20 задач за 2 часа. За сколько часов Петя может решить 20 задач?

23. Постройте график функции $\begin{cases} -x - 2, \text{если } x \leqslant -1, \\ x, \text{если } |x| < 1, \\ -x + 2, \text{если } x \geqslant 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ будет иметь с графиком единственную общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Точка N на стороне BC является основанием высоты треугольника ABC. Окружность, описанная около треугольника ANC, пересекает отрезок AB в точке M, отличной от точек A и B. Угол BAC равен 40°. Найдите величину угла BNM.

25. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рис. 241). Докажите, что отрезки BF и DE параллельны.

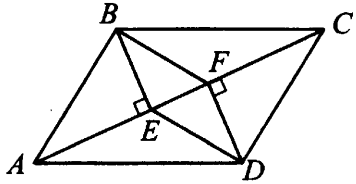


Рис. 241

26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 8. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Вариант № 26

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Каждому выражению поставьте в соответствие его значение.

А) $3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5}$ Б) $18 : 75$ В) $7\frac{3}{8} + 1\frac{7}{8}$

1) 9,25 2) 1,6 3) 0,24

Ответ:

А	Б	В

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{26}$ (см. рис. 242). Какая это точка?

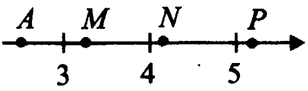


Рис. 242

1) A 2) M 3) N 4) P

Ответ: ____________________ .

3. Найдите значение выражения $(2{,}7 \cdot 10^{-3}) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$.

1) 0,000 54 2) 0,000 054 3) 0,000 005 4 4) 0,000 000 54

Ответ: ____________________ .

4. Решите уравнение $x^2 + x = 30$.

Ответ: ____________________ .

5. По графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображённому на рисунке 243, определите знак ab.

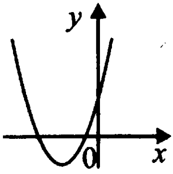


Рис. 243

1) $ab > 0$ 2) $ab < 0$ 3) $ab = 0$ 4) нельзя определить

Ответ: ____________________ .

6. Последовательность задана формулой $b_n = 17 - 2n$. Укажите номер наименьшего положительного члена этой последовательности.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{(a-c)^2}{a^2-c^2} : \dfrac{a^2c-a^3}{a^2+ac}$, найдите его значение при $a = -\dfrac{1}{2}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ____________________ .

8. Решите неравенство $\frac{(x-2)^2}{x-2} \leqslant 2x - 3$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 244) изображено множество его решений.

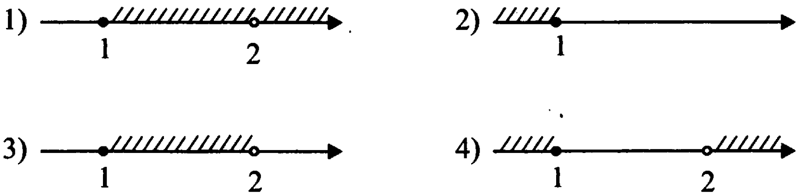


Рис. 244

Модуль «Геометрия»

9. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ являются биссектрисами углов BAD и ABC соответственно (см. рис. 245). Угол CAD равен 20°. Найдите угол CBD (в градусах).

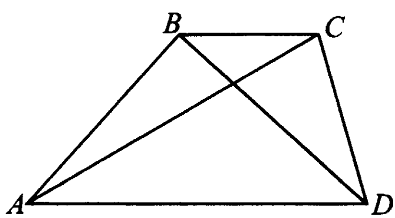


Рис. 245

Ответ: ________________________ .

10. Точка O — центр окружности, $\angle NMT = 40°$ (см. рис. 246). Найдите величину угла ONT. Ответ дайте в градусах.

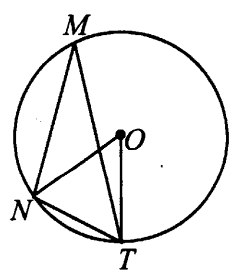


Рис. 246

Ответ: ________________________ .

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 247. Сторона клетки равна 1.

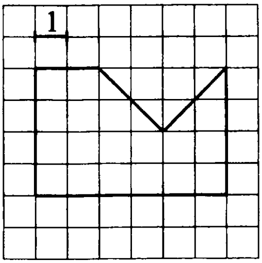


Рис. 247

Ответ: ________________________ .

12. В треугольнике ABC угол C прямой, CH — высота (см. рис. 248). Найдите тангенс угла ACH.

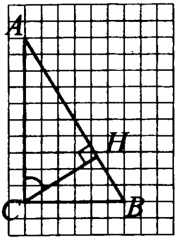


Рис. 248

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Из одной точки к окружности можно провести ровно одну касательную.

2) Из одной точки, лежащей вне окружности, к окружности можно провести две касательные.

3) Диагонали параллелограмма равны.

4) В трапеции сумма длин боковых сторон всегда меньше суммы длин оснований.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. Спортивной школе нужно приобрести 11 волейбольных мячей, 14 баскетбольных мячей и 19 футбольных мячей у трёх поставщиков. Цены в рублях приведены в таблице. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую покупку, если товары можно закупать у разных поставщиков?

Поставщик	Стоимость футбольного мяча	Стоимость баскетбольного мяча	Стоимость волейбольного мяча
А	790	1290	508
Б	690	550	499
В	1290	530	890

Ответ: ____________________ .

15. По графику движения автомобиля (см. рис. 249) определите, с какой скоростью двигался автомобиль в течение третьего часа.

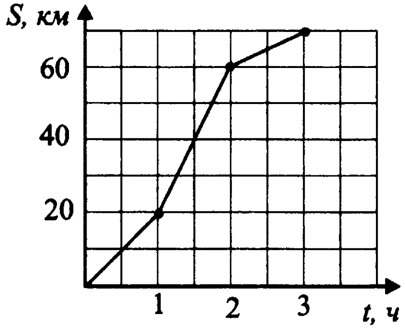


Рис. 249

Ответ: ____________________ .

16. В магазине зимнюю куртку весной уценили на 30%, а летом — ещё на 20%. Сколько процентов составила бы эквивалентная разовая скидка?

Ответ: ____________________ .

17. Найдите произведение координат вектора AB (см. рис. 250).

Ответ: ____________________ .

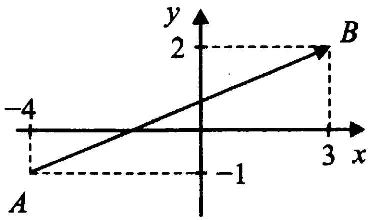


Рис. 250

18. На круговой диаграмме представлен ассортимент магазина посуды, распределённый по четырём группам товаров (см. рис. 251). Укажите номера верных утверждений.

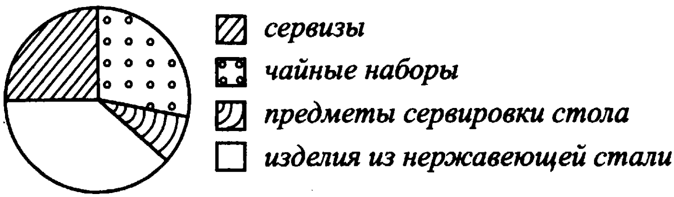


Рис. 251

1) Более половины ассортимента — предметы сервировки стола.
2) Треть ассортимента — чайные наборы.
3) Сервизы составляют четвёртую часть всего ассортимента.
4) Ассортиментный ряд чайных наборов больше ассортимента сервизов.

Ответ: ______________ .

19. На трёх карточках написали буквы К, Ш, О и положили карточки на стол буквами вниз в произвольном порядке. Какова вероятность того, что после переворачивания карточек получится слово ШОК? Ответ округлите до сотых.

Ответ: ______________ .

20. Пользуясь формулой преобразования температуры в градусах из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия $t^\circ_C = \frac{(t^\circ_F - 32^\circ)}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{9}\right)$, где t°_C и t°_F — температура по шкале Цельсия и Фаренгейта соответственно, выясните, какая температура по шкале Цельсия соответствует 53,6° по шкале Фаренгейта (градусы в ответе не пишите).

Ответ: ______________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Выясните, какое из чисел больше: 2 или $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$.

22. Ученик, работая самостоятельно, может оштукатурить всю стену площадью 10 м^2 за то время, за которое мастер может оштукатурить две такие стены. Мастер и ученик, работая вместе, могут оштукатурить всю стену за 6 часов. За какое время ученик может оштукатурить всю стену, работая самостоятельно?

23. Постройте график функции $\begin{cases} |x|, \text{если } x \leqslant 0, \\ 2, \text{если } x > 0. \end{cases}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ будет иметь с графиком единственную общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Найдите сумму площадей заштрихованных треугольников, если известно, что эти треугольники образованы отрезками медиан треугольника (см. рис. 252), площадь которого равна 39.

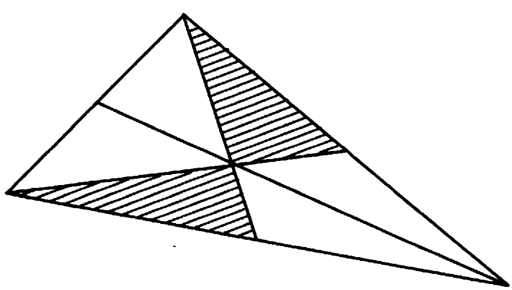


Рис. 252

25. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF. Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.

26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно $4\sqrt{2}$. Окружность радиуса 4 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.

Вариант № 27

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}7 \cdot 3{,}6}{0{,}9}$.

Ответ: ________________________ .

2. На координатной прямой отмечены два числа a и b (см. рис. 253). Какое из утверждений является верным?

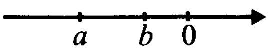


Рис. 253

1) $a + b < 0$ 2) $a^2 b > 0$ 3) $a > b$ 4) $a - b > 0$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(2\sqrt{21})^2$ 2) $\sqrt{5} : \sqrt{3}$ 3) $\sqrt{7}(1 - 2\sqrt{7})$ 4) $(\sqrt{13} + \sqrt{2})^2$

4. Решите уравнение $2x - 3 + 4(x - 1) = 5$.

Ответ: ________________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 254) и формулами, которые их задают.

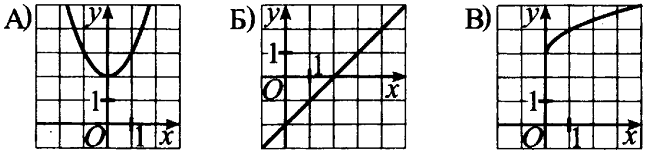


Рис. 254

1) $y = 3 + \sqrt{x}$ 2) $y = 2 - \dfrac{1}{x}$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x - 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия: 2, −6, 18, ... Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: ________________________ .

7. Упростите выражение $(3+a)^2 - a(a-3)$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{9}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ______________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x-3 \geqslant x, \\ x+1 > 2(x-3). \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 255) изображено множество её решений?

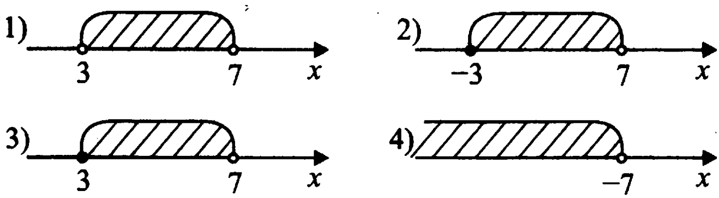


Рис. 255

Модуль «Геометрия»

9. Найдите длину диагонали равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке 256.

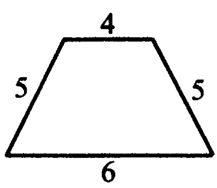


Рис. 256

Ответ: ______________________ .

10. На рисунке 257 B — точка пересечения хорд AC и DE. Найдите BE (в см), если $BD = 2$ см, $AB = 3$ см, $BC = 10$ см.

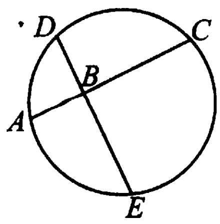


Рис. 257

Ответ: ______________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 258.

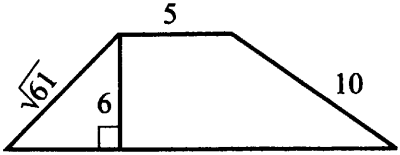


Рис. 258

Ответ: ________________________ .

12. Найдите косинус угла B треугольника, изображённого на рисунке 259.

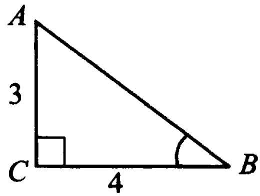


Рис. 259

Ответ: ________________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

2) Диагонали ромба равны.

3) Вокруг равнобедренной трапеции можно описать окружность.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по технике чтения в 3-м классе.

Отметка	**Количество прочитанных слов в минуту**	
	I и II четверти	**III и IV четверти**
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60–69	70–79
«4»	70–79	80–89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в мае 76 слов за минуту?

1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

15. На рис. 260 изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На какой высоте (в км) находится летательный аппарат, если барометр, установленный в нём, показывает 350 мм рт. ст.?

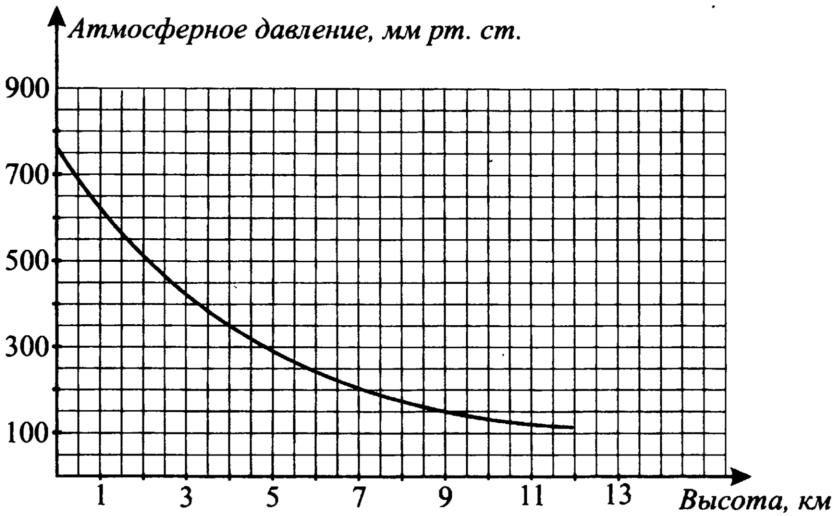


Рис. 260

Ответ: ______________________ .

16. Билет на экскурсию стоит 200 руб. Учащимся предоставляется скидка 25%. Сколько рублей нужно заплатить за экскурсию группе из трёх взрослых и 15 учащихся?

Ответ: ______________________ .

17. Дерево высотой 8,8 м отбрасывает тень. Оно полностью заслоняет от солнца дерево высотой 4 м, находящееся от него на расстоянии 6 м, как показано на рисунке 261. Определите, на какое расстояние отбрасывает тень большее дерево. Ответ дайте в метрах.

Ответ: ______________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 262) показано распределение сотрудников компании по различным отделам.

Для участия в презентации компании случайным образом выбирают одного сотрудника. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран сотрудник технического отдела.
2) Будет выбран сотрудник организационного отдела.
3) Будет выбран сотрудник отдела кадров.
4) Будет выбран сотрудник отдела развития.

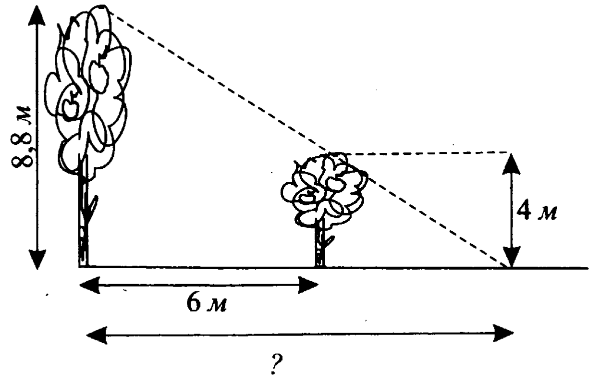


Рис. 261

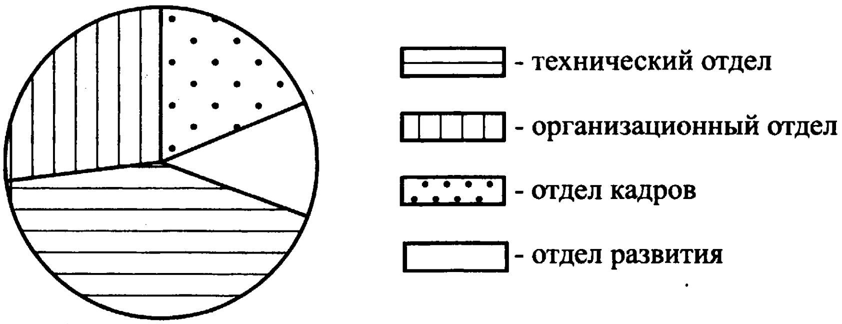


Рис. 262

19. В корзине лежат 8 яблок, 2 груши, 3 апельсина и 2 мандарина. Какова вероятность, что наугад взятый фрукт окажется апельсином?

Ответ: ________________________ .

20. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление (в омах), если мощность составляет 350 ватт, а сила тока равна 7 амперам. Ответ округлите до целых.

Ответ: ________________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{10^{2n}\cdot 3^2}{25^n\cdot 2^{2(n+1)}}$.

22. Цена телевизора в магазине ежегодно уменьшается на один и тот же процент по сравнению с предыдущим годом. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена телевизора, если, выставленный на продажу за 40 000 рублей, через два года он был продан за 22 500 рублей.

23. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4-5x^2+4}{(x-1)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольнике $ABCD$ диагональ BD равна 13, а периметр равен 34. Найдите площадь этого прямоугольника.

25. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов ADC и DAB пересекаются в точке O. Докажите, что $\angle AOD = 90^\circ$.

26. В треугольнике ABC проведена прямая, параллельная основанию AC и пересекающая стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите площадь треугольника AMC, если известно, что $KM = 2$, $AC = 10$, $\cos C = \dfrac{3}{5}$, $S_{BMK} = 0{,}8$.

Вариант № 28

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}6\cdot 1{,}4}{2{,}1}$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 263) отмечены числа a и b.

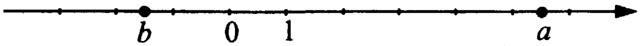


Рис. 263

Какое из утверждений относительно a и b является верным?

1) $a - 4 < 0$ 2) $-b + a - 10 > 0$ 3) $-a + b > 0$ 4) $-b + a > 0$

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ 2) $\sqrt{11} : \sqrt{22}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 4) $(\sqrt{7} + 2) \cdot \sqrt{3}$

4. Решите уравнение $2x - 3 + 2(x - 1) = 4(x - 1) - 7$.

1) 1 2) 2 3) 3 4) корней нет

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 264).

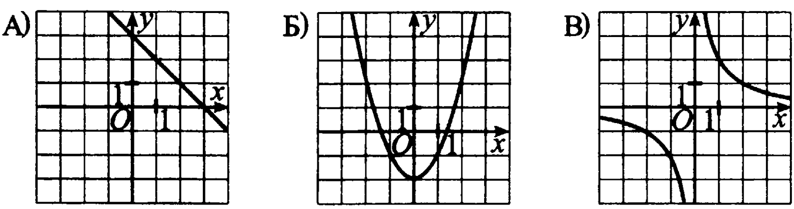


Рис. 264

1) $y = \frac{2}{x}$ 2) $y = \sqrt{x + 2}$ 3) $y = x^2 - 2$ 4) $y = -x + 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана геометрическая прогрессия $-2; 6; -18; \ldots$. Найдите модуль разности пятого и первого членов.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $a(a + 2) - (2 - a)^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{6}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ____________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5x-4 \leqslant 4x, \\ x+2 > 6x-3. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 265) изображено множество её решений?

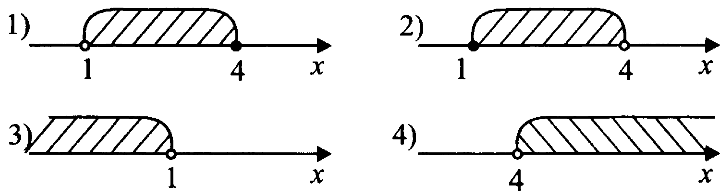


Рис. 265

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 266.

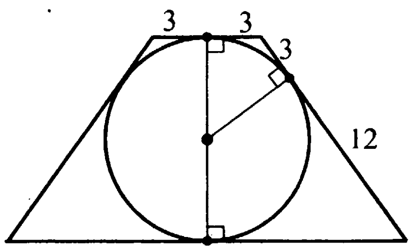


Рис. 266

Ответ: ____________________ .

10. Найдите градусную меру угла AED, если $\smile BC = 20°$, $\angle AOD = 110°$ (см. рис. 267).

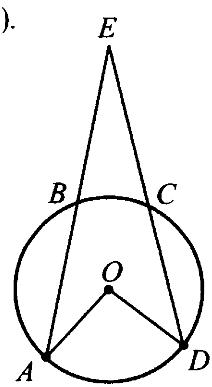


Рис. 267

Ответ: ____________________ .

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 268.

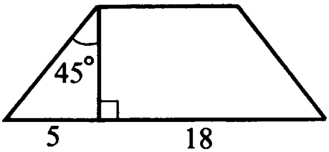


Рис. 268

Ответ: ______________________ .

12. Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке

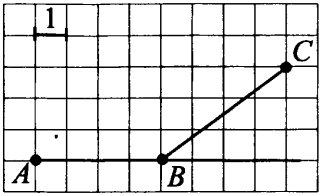


Рис. 269

Ответ: ______________________ .

13. Укажите номера верных утверждений.

1) В любой треугольник можно вписать окружность.

2) Если у трапеции один из углов равен 90°, то она является квадратом.

3) В параллелограмме все стороны равны.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены результаты забега мальчиков 8-го класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер беговой дорожки	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**
Время (в с)	10,6	10,3	11,1	10,4	10,7	11,0

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

1) I, IV 2) II, III 3) I, V 4) II, IV

15. На диаграмме показана средняя температура воздуха (в $°C$) в городе N за каждый месяц 2011 года (см. рис. 270). Определите по диаграмме, сколько месяцев средняя температура была ниже $+5°C$.

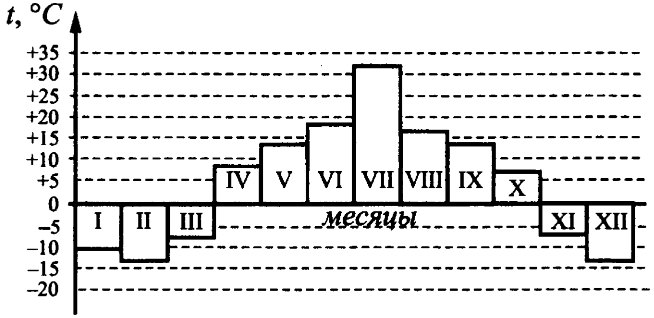


Рис. 270

Ответ: ______________________ .

16. Билет в музей стоит 50 рублей. Учащимся предоставляется скидка 12%. Сколько рублей стоит поход в музей для двух взрослых и 19 учащихся?

Ответ: ______________________ .

17. Дерево высотой 7 м отбрасывает тень. Оно полностью заслоняет от солнца ель высотой 2 м, находящуюся на расстоянии 7 м от большего дерева, как показано на рисунке 271. Определите, на какое расстояние ель отбрасывает тень. Ответ дайте в метрах.

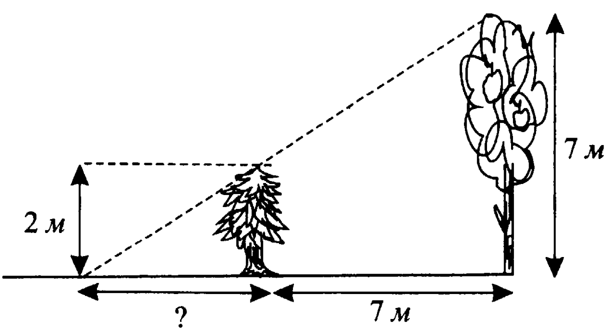


Рис. 271

Ответ: ______________________ .

18. На круговой диаграмме (см. рис. 272) показано распределение (в процентах) учащихся школы по кружкам.

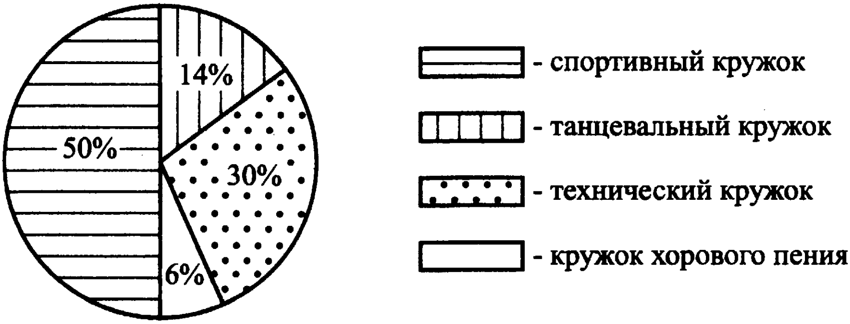


Рис. 272

Для участия в межшкольной игре «Что? Где? Когда?» случайным образом выбирают одного учащегося. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран учащийся из спортивного кружка.
2) Будет выбран учащийся из танцевального кружка.
3) Будет выбран учащийся из технического кружка.
4) Будет выбран учащийся из кружка хорового пения.

19. В корзине лежат шары одинакового размера: 6 красного цвета, 8 синего, 4 зелёного, 2 белого. Коля наугад выбрал один шар. Найдите вероятность того, что шар окажется белого цвета.

Ответ: ________________________ .

20. В фирме «Орёл» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 15 колец. Ответ укажите в рублях.

Ответ: ________________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\dfrac{7^n \cdot 3^{2n+3}}{63^n \cdot 6^2}$.

22. Спортсмен проплыл на байдарке против течения некоторое расстояние. Затем час отдохнул и вернулся обратно. Всё путешествие заняло 4,5 часа. Определите, на сколько км от исходной точки удалился спортсмен, если скорость течения реки составляет 3 км/ч, а собственная скорость байдарки 7 км/ч.

23. Постройте график функции $y = \dfrac{(x^2-9x+20)(x^2+3x+2)}{x^2-3x-10}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с этим графиком одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В параллелограмме $ABCD$ $\angle ABC = 150°$. Найдите площадь этого параллелограмма, если биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке M и $BM = 8$, $MC = 6$.

25. В прямоугольном треугольнике ABC из прямого угла B проведена высота BD. Докажите, что $BD = \dfrac{AB \cdot BC}{AC}$.

26. Две окружности, каждая из которых вписана в острый угол 60°, касаются друг друга внешним образом. Найдите расстояние от точки касания окружностей до стороны угла, если радиус большей окружности равен 23.

Вариант № 29

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{4}-1\right)^2 \cdot 8 + 5$.

Ответ: ______________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 273) отмечены числа a и b.

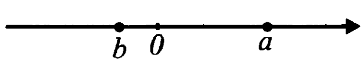


Рис. 273

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a+b$ 2) ab 3) $-b$ 4) $b-a$

3. Сравните предложенные числа. В ответе укажите наименьшее из них.

1) $3\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 4 4) $\sqrt{15}$

4. Решите уравнение $7 - 2x = 15 - 3(x - 3)$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 274).

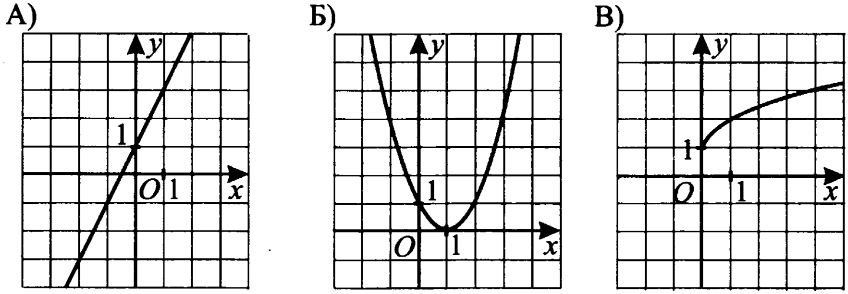


Рис. 274

1) $y = x^2 + 1$ 2) $y = \sqrt{x} + 1$ 3) $y = (x - 1)^2$ 4) $y = 2x + 1$

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия представлена числами 11; 13; 15; … . Найдите сумму её первых шести членов.

Ответ: ____________________ .

7. Упростите выражение $\dfrac{7b - 2a}{14ab} + \dfrac{1}{7b}$ и найдите его значение при $b = \sqrt{7} + 1$, $a = \dfrac{1}{24}$.

Ответ: ____________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x + 1 \geqslant x + 7, \\ 2(x + 2) + 5 < x + 19. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 275) изображено множество её решений?

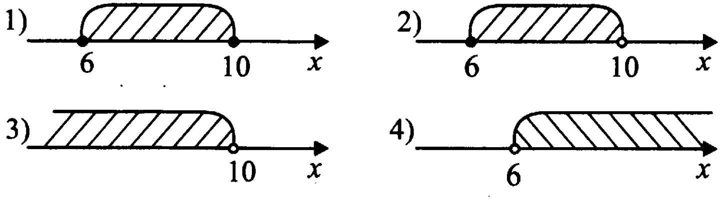


Рис. 275

Модуль «Геометрия»

9. Площадь прямоугольной трапеции равна 30. Острый угол при основании равен 45°. Наименьшее из оснований равно 2 (см. рис. 276). Найдите высоту трапеции.

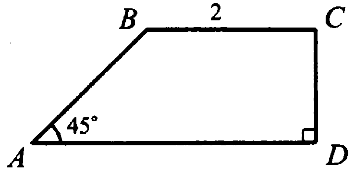


Рис. 276

Ответ: ______________________ .

10. На окружности с центром в точке O лежат точки A, B и C (см. рис. 277), $\angle BOC = 50°$. Найдите $\angle OCA$. Ответ дайте в градусах.

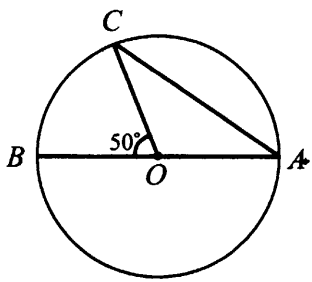


Рис. 277

Ответ: ______________________ .

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ отрезок $CH = 4$ является высотой, $BC = 4$ и $CD = 5$ (см. рис. 278). Найдите площадь этой трапеции.

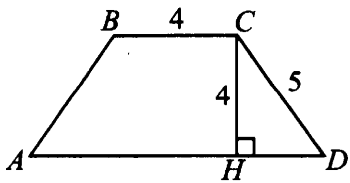


Рис. 278

Ответ: ______________________ .

12. Найдите синус угла, смежного углу BAC (см. рис.279).

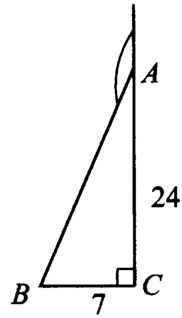


Рис. 279

Ответ: ______________________ .

13. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

1) Существуют треугольники, у которых сумма двух углов равна третьему углу.

2) Существуют треугольники, у которых сумма двух сторон равна третьей стороне.

3) В любую окружность можно вписать прямоугольник.

Ответ: ______________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу 30 м для учащихся 9-х классов (мальчики и девочки).

Отметка	**Мальчики**			**Девочки**		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в с)	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит мальчик, пробежавший дистанцию за 5,24 секунды?

1) «5» 2) «4»

3) «3» 4) норматив не выполнен

15. На графике изображена зависимость высоты тела (в метрах), брошенного вниз с некоторой скоростью, от времени (в секундах) (см. рис. 280). Спустя какое время после начала движения это тело будет находиться на высоте 5 м? (Ответ дайте в секундах.)

Ответ: ______________________ .

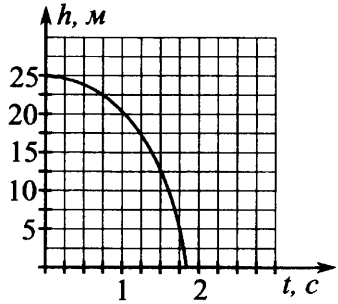


Рис. 280

16. Стоимость полного билета на выставку составляет 210 рублей. Школьникам предоставляется скидка в размере 40%. Сколько рублей придётся заплатить группе, состоящей из двух взрослых и семерых школьников?

Ответ: ____________________ .

17. Удочка закреплена на берегу с помощью двух креплений A и B, как показано на рис. 281. Крепление B находится на расстоянии 40 см от одного конца удочки и 1,2 м от другого. На сколько сантиметров поднимется длинный конец удочки, если короткий опустить на 5 см? (Считается, что крепление B неподвижно.)

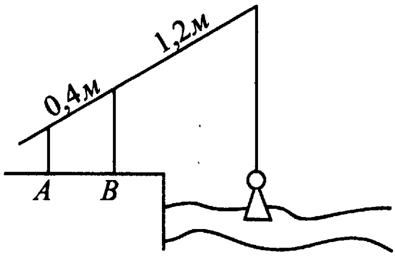


Рис. 281

Ответ: ____________________ .

18. На круговой диаграмме показано распределение (в процентах) девятиклассников школы (см. рис. 282). Для участия в игре «Что? Где? Когда?» в команду школы случайным образом выбирают одного девятиклассника. Вероятность какого из перечисленных событий наибольшая?

1) Будет выбран ученик 9А класса.

2) Будет выбран ученик 9Б класса.

3) Будет выбран ученик 9В класса.
4) Будет выбран ученик 9Г класса.

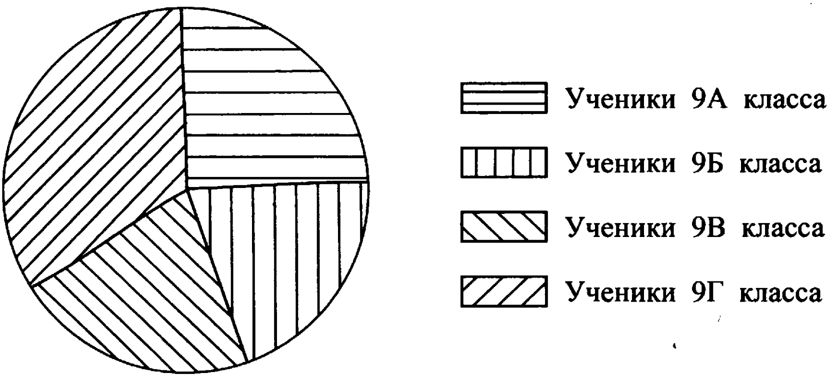


Рис. 282

19. В закрытой коробке лежат 10 карандашей: 3 красных, 4 синих и 3 зелёных. Найдите вероятность того, что случайно вынутый из коробки карандаш окажется синего цвета.

Ответ: ____________________ .

20. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление (в омах), если мощность составляет 94 ватта, а сила тока равна 10 амперам.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение $a - \frac{a^2 - 5a}{a+1} \cdot \frac{1}{a-5} - \frac{a^2 - 2a - 2}{a+1}$.

22. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-ного к массе 50%-ного раствора, взятых первоначально.

23. Постройте график функции $y = 2x - x|x| + x^2 + |2x| + \frac{x}{|x|}$. Определите, при каких значениях a график этой функции пересекает прямую $y = a$ ровно в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. Найдите величину угла AOB, если OB — биссектриса угла AOC, OK — биссектриса угла AOD, угол COD — развёрнутый (см. рис. 283).

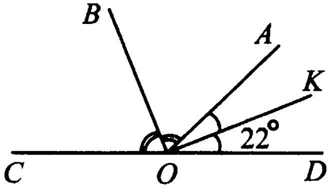


Рис. 283

25. В ромбе $MPKT$ на сторонах отмечены четыре точки, делящие стороны в отношении 2 : 3, считая от вершин M и K. Докажите, что отмеченные точки являются вершинами прямоугольника.

26. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что точка E делит BC на части 4 см и 12 см, считая от вершины B, $\angle ABC = 30°$, $\angle BAE = \angle ACB$.

Вариант № 30

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{16}{3} + 1\right) \cdot 6 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Ответ: ____________________ .

2. На координатной прямой (см. рис. 284) отмечены числа a и b.

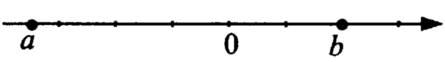


Рис. 284

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $a + b$ 2) $-a$ 3) $2b$ 4) $a - b$

3. Сравните предложенные числа. В ответе укажите наибольшее из них.

1) $2\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{19}$ 3) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$ 4) 4

4. Решите уравнение $12 - 3x = 18 - 6(x + 2)$.

Ответ: ____________________ .

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 285).

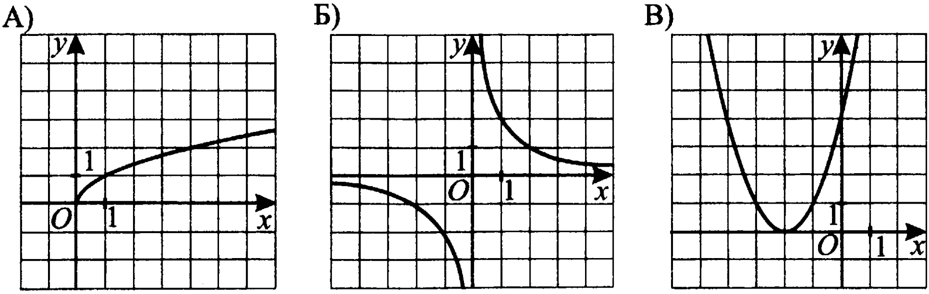


Рис. 285

1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = \dfrac{2}{x}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = (x + 2)^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия $-7, -9, -11, \ldots$. Найдите сумму первых семи членов этой прогрессии.

Ответ: ________________________ .

7. Упростите выражение $\left(\dfrac{a}{a-b} - \dfrac{a+b}{a}\right) : \dfrac{b}{a-b}$ и найдите его значение при $a = -3$, $b = 15$.

Ответ: ________________________ .

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 9x - 4 \leqslant 6x - 7, \\ 2(x+3) - 5 < 0. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 286) изображено множество её решений?

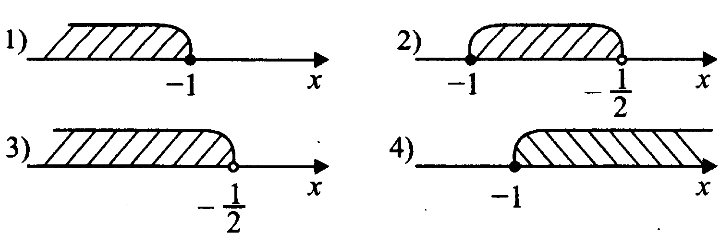


Рис. 286

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике (см. рис. 287) один из углов равен 120°. Высота, опущенная из вершины тупого угла, равна 8 см. Найдите длину боковой стороны.

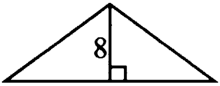


Рис. 287

Ответ: ________________________ .

10. Точка O — центр окружности, $\angle ACB = 25°$ (см.рис.288). Найдите величину угла AOB. Ответ дайте в градусах.

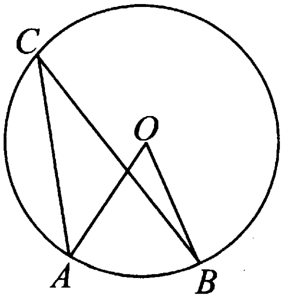


Рис. 288

Ответ: ________________________ .

11. В ромбе (см. рис. 289) сторона равна 4 см, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

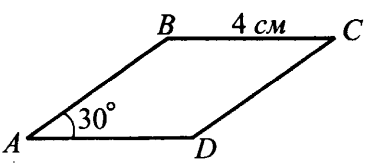


Рис. 289

Ответ: ________________________ .

12. Найдите тангенс угла BAC прямоугольного треугольника, изображённого на рисунке 290.

Ответ: ________________________ .

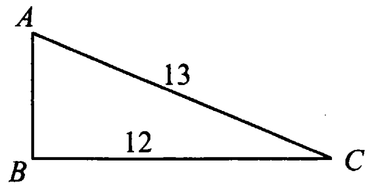


Рис. 290

13. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

1) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.

2) Если в четырёхугольнике две противоположные стороны параллельны, то он являются параллелограммом.

3) В любой ромб можно вписать окружность.

Ответ: ________________________ .

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для учащихся 8-х классов (мальчики и девочки).

Отметка	**Мальчики**			**Девочки**		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Длина (м)	2,00	1,90	1,80	1,80	1,70	1,60

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая в длину с места на 1 м 76 см?

1) «5» 2) «4» 3) «3» 4) норматив не выполнен

15. На графике изображена зависимость высоты свободно падающего тела (в метрах) от времени (в секундах) (см. рис. 291). На какой высоте будет находиться это тело через одну секунду падения? (Ответ дайте в метрах.)

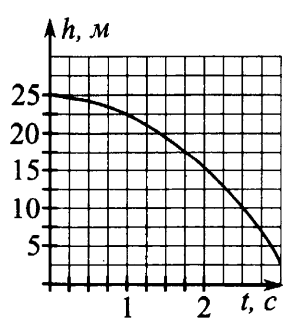


Рис. 291

Ответ: ________________________ .

16. Цена одного билета в цирк для взрослого зрителя составляет 240 рублей. Детям предоставляется скидка 60%. Сколько рублей придётся заплатить за поход в цирк восемнадцати школьников и двух учителей?

Ответ: ______________________ .

17. Проектор полностью освещает экран A высотой 1 м, расположенный на расстоянии 2 м от проектора (см. рис. 292). Какой наибольшей высоты (в метрах) может быть экран B, чтобы его можно было расположить на расстоянии 5 м от проектора и он был полностью освещён, если экран A расположен на наименьшем возможном расстоянии от проектора, таком, что он полностью освещён? Настройки проектора не меняются.

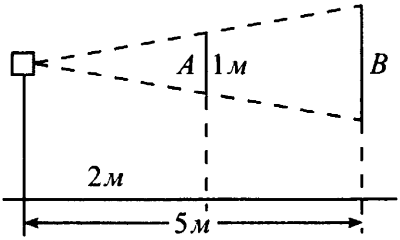


Рис. 292

Ответ: ______________________ .

18. Результаты экзаменационной работы по математике в девятых классах представлены на круговой диаграмме. Сколько примерно учащихся сдали работу на «отлично», если в школе 120 девятиклассников (см. рис. 293)?

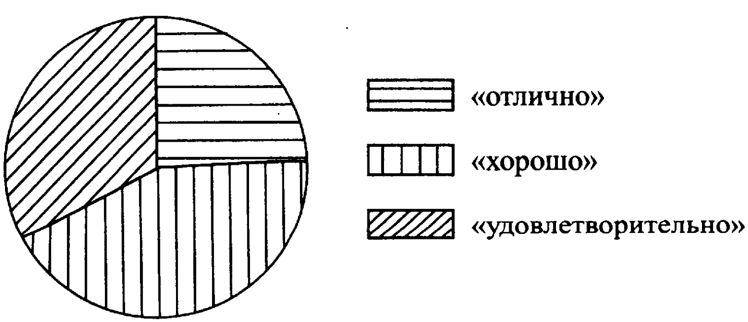


Рис. 293

1) менее 20 2) около 30 3) около 40 4) более 50

19. В коробке 24 разноцветные ленты: 5 белых, 12 красных и 7 синих. Найдите вероятность того, что наугад выбранная из этой коробки лента окажется красного цвета.

Ответ: ____________________ .

20. Центростремительное ускорение (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), R — радиус окружности (в м). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 10 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 62 м/с^2.

Ответ: ____________________ .

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение $b - \dfrac{b^2 - 4b}{b+2} \cdot \dfrac{1}{b-4} - \dfrac{b^2 - b - 4}{b+2}$.

22. Имеются два сплава, в первом из которых содержится 40%, а во втором 20% серебра. Сколько килограммов второго сплава необходимо добавить к 20 килограммам первого сплава, чтобы получился сплав, содержащий 30% серебра?

23. Постройте график функции $y = x^2 - |3x| - x$ и определите, при каких значениях C прямая $y = C$ имеет с этим графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведена биссектриса, которая делит сторону AD в отношении 2 : 5, считая от вершины A. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 72. Найдите сторону AB.

25. В четырёхугольнике $ABCD$ на сторонах отмечены четыре точки, делящие стороны в отношении 1 : 4, считая от вершин B и D. Докажите, что отмеченные точки являются вершинами параллелограмма.

26. Окружности радиусов 2 и 6 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке K. Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K, в точке C. Найдите площадь треугольника O_1CO_2.

Решение варианта № 5

Часть 1

1. $7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 - 15 \cdot \frac{1}{7} = 7 \cdot \frac{1}{49} - \frac{17}{7} = \frac{1}{7} - \frac{15}{7} = -\frac{14}{7} = -2.$

Ответ: -2.

2. Определим знак каждого из чисел:

1) $-a+b$, $a<0$, $-a>0$, $b>0$, $-a+b>0$ как сумма двух положительных чисел.

2) $a-b$, $a<0$, $b>0$, $-b<0$, $a+(-b)<0$ как сумма двух отрицательных чисел, значит, $a-b<0$.

3) $3b$, $b>0$, $3b>0$ как произведение двух положительных чисел.

4) $b-2a$, $b>0$, $a<0$, $-2a>0$, $b+(-2a)>0$ как сумма двух положительных чисел, значит, $b-2a>0$.

Из чисел $-a+b$, $a-b$, $3b$, $b-2a$ наименьшее второе.

Ответ: 2.

3. 1) $(\sqrt{10}+5)(\sqrt{10}+5) = (\sqrt{10}+5)^2 = 10+10\sqrt{10}+25 = 35+10\sqrt{10}$ — выражение иррациональное.

2) $(\sqrt{10}-5)^2 = 10-10\sqrt{10}+25 = 35+10\sqrt{10}$ — выражение иррациональное.

3) $\frac{5-\sqrt{81}}{2} = \frac{5-9}{2} = -\frac{4}{2} = -2$ — выражение рациональное.

4) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$ — выражение иррациональное.

Из предложенных выражений рациональным является значение третьего.

Ответ: 3.

4. $2x^2 - 5x - 7 = 0$. Воспользуемся правилом: если в уравнении $ax^2+bx+c=0$, $a+c=b$, то $x_1=-1$, $x_2=-\frac{c}{a}$. $2-7=-5$, значит, $x_1=-1$, $x_2=-\frac{-7}{2}=3{,}5$.

Ответ: -1; 3,5.

5. А) График функции получен сдвигом графика функции $y=x^2$ на 2 единицы влево вдоль оси Ox и на одну единицу вверх вдоль оси, значит, задаётся формулой $y=(x+2)^2+1$, что соответствует цифре 3.

Б) График функции представляет прямую $y = kx+b$, где $k = -\frac{4}{2} = -2$, $b = 4$, значит, задаётся формулой $y = -2x + 4$, что соответствует цифре 4.

В) График функции получен сдвигом графика функции $y = \sqrt{x}$ на одну единицу вниз вдоль оси Oy, значит, задаётся формулой $y = \sqrt{x} - 1$, что соответствует цифре 1.

Ответ: 341.

6. $c_n = -n^2 + 8$, $c_1 = -1 + 8 = 7$, $c_2 = -(2)^2 + 8 = 4$,
$c_3 = -(3)^2 + 8 = -1$, $c_4 = -(4)^2 + 8 = -8$,
$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 7 + 4 - 1 - 8 = 2$.

Ответ: 2.

7. $d(d + 3) - (5 - d)^2 = d^2 + 3d - (25 - 10d + d^2) =$
$= d^2 + 3d - 25 + 10d - d^2 = 13d - 25$. При $d = -\frac{2}{13}$

$13 \cdot \left(-\frac{2}{13}\right) - 25 = -2 - 25 = -27$.

Ответ: -27.

8. $\begin{cases} 7x - 12 \leqslant 2, \\ 4 - 2x < 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 7x \leqslant 14, \\ -2x < 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leqslant 2, \\ x > -0{,}5. \end{cases}$

Множество решений исходной системы неравенств изображено на рисунке 294.

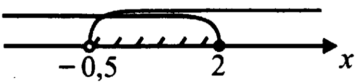


Рис. 294

Ответ: 4.

9. 1) $\angle ADC = \angle BAD$ как углы при основании равнобедренной трапеции.

2) $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ по свойству углов трапеции, прилежащих к боковой стороне.

$\angle ADC = \angle BAD = 180° - \angle ABC = 180° - (180° - \angle A - \angle C) =$
$= \angle A + \angle C = 25° + 45° = 70°$.

Ответ: 70°.

10. Сделаем рисунок 295.

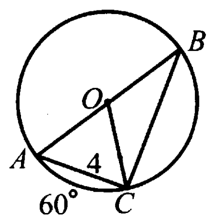


Рис. 295

1) Проведём медиану OC.

2) $OA = OB = OC$ как радиусы окружности, описанной около $\triangle ABC$.

3) В равнобедренном треугольнике AOC $\angle AOC = 60°$ как центральный, опирающийся на дугу AC.

Следовательно, $\triangle AOC$ — равносторонний и $OC = AO = AC = 4$.

Ответ: 4.

11. Сделаем рисунок 296.

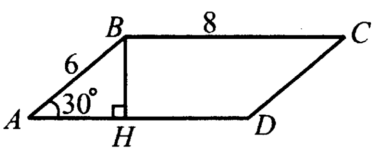


Рис. 296

$S_{ABCD} = AD \cdot BH$. $BH = \dfrac{1}{2}AB$ как катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла $30°$, $BH = \dfrac{1}{2} \cdot 6 = 3$. $S_{ABCD} = 8 \cdot 3 = 24$.

Ответ: 24.

12. $\operatorname{tg}\angle ABC = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$.

Ответ: 0,8.

13. Из предложенных утверждений верные 3 и 4.

Ответ: 34.

14. Выразим скорость на каждом участке в км/ч.

1) 1000 м/мин $= \dfrac{1000 \cdot 60}{1000}$ км/ч $= 60$ км/ч.

2) $\frac{100}{3}$ м/с $= \frac{100 \cdot 60 \cdot 60}{1000 \cdot 3}$ км/ч $= 120$ км/ч.

3) 50 км/ч.

4) 90 000 м/ч $= \frac{90\,000}{1000}$ км/ч $= 90$ км/ч.

Из величин 60 км/ч, 120 км/ч, 50 км/ч, 90 км/ч наибольшая 120 км/ч, что соответствует участку под номером 2.

Ответ: 2.

15. За первые 20 минут машина проехала 20 км. Затем в течение часа машина стояла у магазина. На обратном пути в течение оставшихся
1 ч 30 мин − 20 мин − 1 ч = 10 мин машина проехала 10 км.
20 + 10 = 30 (км) — проехала машина за 1 ч 30 мин с момента выезда.

Ответ: 30.

16. Решим задачу перебором, учитывая, что терминал принимает суммы, кратные 10. Следующее число после 450 кратное 10 это 460, $\frac{460 \cdot 100}{103} \approx 446{,}6 < 450$; далее число 470, $\frac{470 \cdot 100}{103} \approx 456{,}3 > 450$, что удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 470.

17. По свойству высоты, проведённой из вершины прямого угла, $BH^2 = AH \cdot CH$, $BH = \sqrt{100 \cdot 144} = 10 \cdot 12 = 120\,(\text{см}) = 1{,}2\,(\text{м})$.

Ответ: 1,2.

18. 1) 1500 тыс.р. $\cdot$ 0,32 = 480 тыс.р. > 400 тыс.р.

2) 1500 тыс.р. $\cdot$ (0,32 + 0,25) = 855 тыс.р.

3) 100% − (26% + 25% + 32%) = 17% < 20%.

4) 1500 тыс.р. $\cdot$ (0,17 + 0,26) = 645 тыс.р. > 500 тыс.р.

Ответ: 2.

19. Сформируем команды, последовательно помещая футболистов на свободные места, при этом начнём с Арсена и Рафика. Сначала поместим Арсена на случайно выбранное место из свободных 22. Теперь помещаем на свободное место Рафика. Всего имеется 21 свободное место (одно уже занял Арсен), поэтому всего возможен 21 исход. В одной команде с Арсеном остаётся 10 свободных мест, поэтому событию «Арсен и Рафик в одной команде» благоприятствуют 10 исходов. Вероятность этого события равна $\frac{10}{21} \approx 0{,}48$.

Ответ: 0,48.

20. $r = \dfrac{a+b-c}{2}$, $\dfrac{8+15-c}{2} = 3$, $c = 23 - 6 = 17$.

Ответ: 17.

Часть 2

21. $\dfrac{(202^2 - 198^2)\cdot 5^{3n-5}}{125^{n-1}} = \dfrac{(202-198)(202+198)\cdot 5^{3n}}{5^{3n-3}\cdot 5^5} =$

$= \dfrac{4\cdot 400\cdot 5^{3n}}{5^{3n}\cdot 5^2} = \dfrac{4\cdot 400}{25} = 64.$

Ответ: 64.

22. Пусть один воланчик стоит y рублей, а одна ракетка — x рублей. Составим пропорции.

1) Ракетка $\quad x_{\text{р}}$ — 100%

10 воланчиков $\quad 10y_{\text{р}}$ — $(100-6)\%$

$$x = \frac{1000y}{94}\ (\text{р.})$$

2) Ракетка $\quad \dfrac{1000y}{94}$ (р.) — 100%

15 воланчиков $\quad 15y_{\text{р}}$ — $t\%$

$$t = \frac{15y\cdot 100\cdot 94}{1000y} = 141\%.$$

3) $141\% - 100\% = 41\%$.

Ответ: 41%.

23. $y = \begin{cases} x^2 + 4x - 5, \text{если } x \leqslant 0, \\ \dfrac{-x^2+13x-22}{x-11}, \text{если } x > 0. \end{cases}$

Построим график заданной функции.

1) На промежутке $x \leqslant 0$ функция задаётся формулой $y = x^2 + 4x - 5$. Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина в точке с координатами $(-2; -9)$. $y(0) = -5$.

2) На промежутке $x > 0$ функция задаётся формулой

$$y = \frac{-x^2+13x-22}{x-11} = \frac{-(x-11)(x-2)}{(x-11)} = -x+2,\ x \neq 11.$$

Прямая (см. рис. 297) $y = p$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку при $p \leqslant -9$ и при $p \geqslant 2$.

Ответ: $(-\infty; -9] \cup [2; +\infty)$.

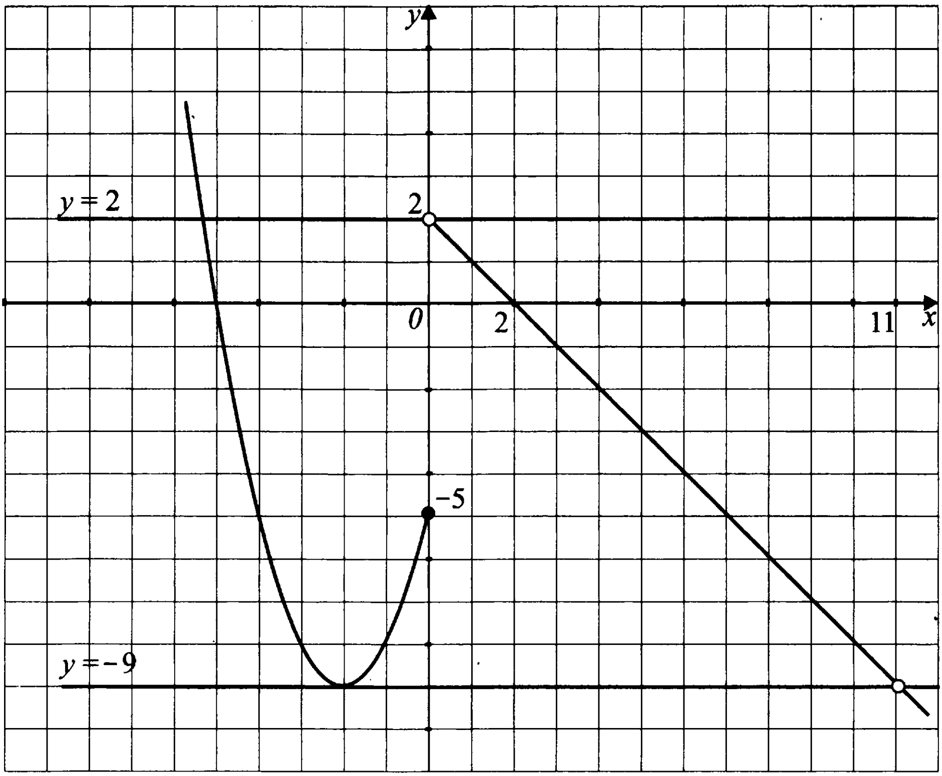


Рис. 297

24. По теореме синусов $\dfrac{AC}{\sin B} = 2R$, где R — радиус окружности, описанной около $\triangle ABC$ (см. рис. 298).

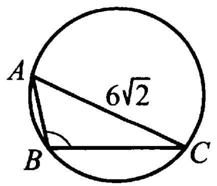


Рис. 298

$$2R = \frac{AC}{\sqrt{1-\cos^2 B}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{1-\frac{7}{9}}} = \frac{6\sqrt{2}\cdot 3}{\sqrt{2}} = 18, \quad R = 9.$$

Ответ: 9.

25. Около выпуклого четырёхугольника (см. рис. 299) можно описать окружность, если сумма противоположных углов равна 180°. Докажем, что $\angle B + \angle D = 180°$. Рассмотрим треугольники ABC и ADC.

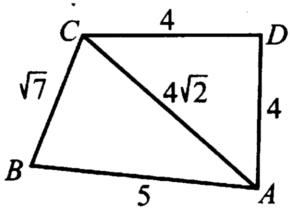


Рис. 299

В $\triangle ABC$: $AB^2+BC^2 = 5^2+(\sqrt{7})^2 = 25+7 = 32$, $AC^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$, значит, $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

В $\triangle ADC$: $CD^2 + AD^2 = 4^2 + 4^2 = 32$, $AC^2 = 32$, значит, $AD^2 + DC^2 = AC^2$.

По теореме, обратной теореме Пифагора, треугольники ABC и ADC — прямоугольные, у которых углы ABC и ADC прямые. Имеем $\angle B + \angle D = 90° + 90° = 180°$, что и требовалось доказать.

26. 1) В равнобедренном треугольнике ABC (см. рис. 300). $BC = AB = 20$. Проведём высоту BH, тогда $AH = CH = 16$.

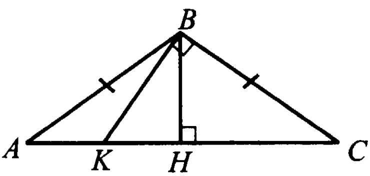


Рис. 300

2) В $\triangle BHC$: $\cos C = \dfrac{HC}{BC} = \dfrac{16}{20} = 0{,}8$.

3) В прямоугольном треугольнике CBK:

$$\cos C = \frac{BC}{KC}, \quad KC = \frac{BC}{\cos C} = \frac{20}{0{,}8} = 25.$$

$$AK = AC - KC = 32 - 25 = 7.$$

Ответ: 7.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Томы на 8% выше среднего. Какой рост у Томы?

2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 рублей?

3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота (в сантиметрах) прыжка взрослого кенгуру?

4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?

5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раза. В каком аквариуме хомячков стало больше?

7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?

8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?

9. В первом спичечном коробке было в 3 раза больше спичек, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек стало больше?

10. На складе А было на 50% продукции больше, чем на складе В. Через месяц количество продукции на складе А уменьшилось в 1,25 раза, а на складе В — увеличилось на 25% по сравнению с первоначальным. На каком складе продукции стало больше?

11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%. При этом неуспевающих по какому-либо предмету в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведены точные данные (не подвергались округлению)?

12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше: блондинов или блондинок?

13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?

14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была $20°C$?

15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5%-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)

16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?

17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?

18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Какова теперь зарплата рабочего, если до увеличения она составляла 4000 рублей?

19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?

20. По расчётам одной группы физиков, масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков, масса всех нейтронов, протонов и электронов во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков отводит массе барионной материи бóльшую долю?

21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое количество клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

22. $\dfrac{25x^2-9}{x^2+x-12}\cdot\dfrac{x+4}{5x+3}+\dfrac{2x}{3-x}$.

23. $\dfrac{9x^2-49}{2x^2+15x-8}\cdot\dfrac{x+8}{3x+7}-\dfrac{1}{1-2x}$.

24. $\left(\dfrac{x+3y}{x^2y-3xy^2}+\dfrac{3}{x^2+3xy}\right)\cdot\dfrac{9y^3-x^2y}{(9y+x)^2}$.

25. $\left(\dfrac{2x+y}{2x^2y-xy^2}-\dfrac{2}{y^2+2xy}\right):\dfrac{(6x+y)^2}{4x^3-y^2x}$.

26. $\left(\dfrac{a^2-4b^2}{a^2+ab-6b^2}-\dfrac{a^2-9b^2}{a^2+6ab+9b^2}\right)\cdot\dfrac{a+3b}{b}$.

27. $\left(\dfrac{6a+1}{a^2-6a}+\dfrac{6a-1}{a^2+6a}\right)\cdot\dfrac{a^4-35a^2-36}{a^4+2a^2+1}$.

28. $\left(\dfrac{x+7a}{7ax-x^2}+\dfrac{x-7a}{7ax+x^2}\right):\dfrac{28a}{x^2-49a^2}$.

29. $\left(\dfrac{x-4a}{4ax-x^2}+\dfrac{4a+x}{4xa+x^2}\right):\dfrac{16a}{x^2-16a^2}$.

30. $\left(\dfrac{x^2-2ax+4a^2}{x-2a}+\dfrac{x^2+2ax+4a^2}{2a+x}\right)\cdot\dfrac{4a^2-x^2}{2x^3}$.

31. $\left(\dfrac{x+4a}{x-a}-\dfrac{3-ax}{x+a}-\dfrac{5a-3-a^2}{x^2-a^2}:\dfrac{1}{x}\right)\cdot(x^2-a^2)$.

32. $\dfrac{b^2}{a-b}:\left(\dfrac{a^2+ab+b^2}{ab+b^2}-\dfrac{a^2-ab+b^2}{ab-b^2}\right)$.

33. $\left(\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\right)\cdot\dfrac{ab^3-a^4}{b^5-4a^4b}$.

34. $\left(\dfrac{2a-4b}{b^2+4ab}-\dfrac{3a+b}{b^2-4ab}\right)\cdot(b^2-4ab)+\dfrac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}$.

35. $\left(\dfrac{a+b}{a^2-b}-\dfrac{a-b}{a^2+b}\right):\dfrac{a+1}{a^2-b}$.

36. $\dfrac{16}{a+5}-\dfrac{3-2a}{72a^2+24a+8}\cdot\dfrac{-8+216a^3}{2a^2+7a-15}$.

37. $\left(\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{a^2-1}{a+1}\right)^{-1}+\dfrac{a^2-a-1}{a^2-2a}$.

38. $\left(\dfrac{a}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}\right)^{-1}+\dfrac{2}{a^2+1}$.

39. $\dfrac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

40. $\dfrac{(a+b)^3}{a^2-ab+b^2}-3\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{3}{a+b}\right)^{-1}$.

41. $\left(a+\dfrac{b-a}{1+ab}\right):\left(1-\dfrac{a(b-a)}{1+ab}\right)$.

42. $\left(a-\dfrac{4a-9}{a-2}\right):\left(2a-\dfrac{2a}{a-2}\right)$.

43. $\left(x+1-\dfrac{12x-13}{x+3}\right):\left(x-3-\dfrac{7}{x+3}\right)$.

44. $\dfrac{x}{\dfrac{2}{x+1}-1}-\dfrac{2+\dfrac{4x}{1-x}}{x+1}+3$.

45. $\dfrac{18\cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1}\cdot 2^{4n-3}}$.

46. $\left(\dfrac{3}{4a-b}-\dfrac{2}{4a+b}-\dfrac{1}{4a-5b}\right):\dfrac{b^2}{16a^2-b^2}$.

47. $\left(\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+5x+6}\right):\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+3}\right)$.

48. $\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{13}{4-\sqrt{3}}\right)\cdot\dfrac{1}{3+3\sqrt{3}}$.

49. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$.

50. $\left(\dfrac{2m}{m-7}+\dfrac{4m}{m^2-14m+49}\right)\cdot\dfrac{m^2-9m+14}{m-5}+\dfrac{10m}{7-m}$.

51. $\left(\dfrac{m}{m-5}+\dfrac{3m}{2m^2-11m+5}\right)\cdot\dfrac{m^2+m-30}{m+1}-\dfrac{4m}{2m-1}$.

52. $\sqrt{(2-\sqrt[3]{20})^2}+\sqrt{(3-\sqrt[3]{20})^2}$.

53. $\sqrt{(\sqrt[5]{240}-2)^2}+\sqrt{(\sqrt[5]{240}-3)^2}$.

54. $\left(\left(\dfrac{b^2-2b+2}{b^4+4}\right)^{-1}-1\right)\cdot(b+1)^{-1}$.

55. $x^{-8}\cdot\left(\frac{1}{x-1}+(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\right).$

56. $\frac{4\cdot 36^n}{2^{2n+2}\cdot 3^{2n-3}}.$

57. $\frac{8\cdot 100^n}{5^{2n-2}\cdot 2^{2n+1}}.$

58. $\frac{\left(5^{1-5n}\right)^2\cdot\left(4^{2n+1}\right)^3\cdot(2{,}5)^{11n}}{160}.$

59. $81\cdot\frac{\left(3\cdot 3^n\right)^{3n}}{\left(9^n\right)^2}:27^{n^2-n}.$

60. $\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}.$

61. $\sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{10}-4\right)^2}.$

Найдите сумму иррациональных чисел (62–63):

62. $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}.$

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}}+\sqrt{21+12\sqrt{3}}.$

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение выражения $\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}$?

65. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}+\frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}+\sqrt{13}\right)}+\frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)}.$$

Упростите выражение (66–67):

66. $\frac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}.$

67. $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}\ (a<0,\ b<0).$

Сократите дробь (68–71):

68. $\frac{2ab-10a+5-b}{2a^2-7a+3}.$

69. $\frac{6-9n+6mn-4m}{3n^2+n-2}.$

70. $\dfrac{3ab+21a+2b+14}{9a^2+9a+2}$.

71. $\dfrac{4ab-16a+b-4}{16a^2-8a-3}$.

Упростите выражение (72–85):

72. $\left(\dfrac{n+1}{n^2+4n+4}-\dfrac{n-1}{n^2-4}\right):\dfrac{2n}{(n+2)^2}$.

73. $\left(\dfrac{x}{x^2-2x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right):\dfrac{5}{(x-1)^2}$.

74. $\left(\dfrac{a(1-a)}{2}+\dfrac{a^2-4a+3}{2a^2-6a}\right):(a-1)^2$.

75. $\left(\dfrac{(b^2-3b+2)(b-1)}{b^2}-\dfrac{b^2-4b+3}{b}\right):(b-1)^2$.

76. $\left(\dfrac{k+2}{k^2+3k-4}-\dfrac{k-8}{k^2+8k+16}\right):\dfrac{5}{(k+4)^2}$.

77. $\left(\dfrac{1}{t^2-4}-\dfrac{1}{t^2+t-6}\right):\dfrac{1}{t^2+5t+6}$.

78. $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$.

79. $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.

80. $\left(\dfrac{m-3}{m^2-4m+3}-\dfrac{2m}{m^2-1}\right):\dfrac{1}{5m+5}$.

81. $\left(\dfrac{m+3}{m^2+4m+4}-\dfrac{2m+6}{m^2+5m+6}\right)\cdot\dfrac{m^2-4}{m+1}$.

82. $\left(\dfrac{x-1}{x^2-6x+8}-\dfrac{3}{x^2-16}\right):\dfrac{2x^2+4}{x^2+2x-8}+\dfrac{1}{8-2x}$.

83. $\left(\dfrac{x+6}{x^2-6x}+\dfrac{x-6}{x^2+6x}\right):\dfrac{x^2+36}{x^2-36}-\dfrac{2}{x}$.

84. $\left(\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}-\dfrac{a^2}{a+b}\right)\left(\dfrac{-1}{b^2}\right)$.

85. $\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}+\dfrac{b}{a+b}\right)\dfrac{a+b}{3b}$.

86. Докажите тождество $\left(\dfrac{2a+1}{2a-1}-\dfrac{2a-1}{2a+1}\right)\cdot\left(1-\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{4a^2}\right)=\dfrac{4a-2}{2a^2+a}$.

Упростите выражение (87–95):

87. $\left(a-b+\frac{4ab}{a-b}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{2ab}{b^2-a^2}\right)$.

88. $\frac{1}{3b-1}-\frac{27b^3-3b}{9b^2+1}\cdot\left(\frac{3b}{9b^2-6b+1}-\frac{1}{9b^2-1}\right)$.

89. $\frac{3}{2a-3}-\frac{8a^3-18a}{4a^2+9}\cdot\left(\frac{2a}{4a^2-12a+9}-\frac{3}{4a^2-9}\right)$.

90. $\left(\frac{2x}{x+1}+\frac{3}{x-4}-\frac{6-4x}{x^2-3x-4}\right):\frac{2x-3}{x}$.

91. $\frac{2x-5}{x}:\left(\frac{2x}{x+3}+\frac{2}{x-2}-\frac{21-3x}{x^2+x-6}\right)$.

92. $\left(\frac{1}{a+2}+\frac{5}{a^2-a-6}+\frac{2a}{a-3}\right)\cdot\frac{a}{2a+1}$.

93. $\left(\frac{2}{b+1}+\frac{10}{b^2-3b-4}+\frac{3b}{b-4}\right):\frac{3b+2}{3}$.

94. $\left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m+2}-\frac{m^2-2m}{m^2-2m-3}\right):\frac{1}{m^2-m-6}-\frac{5}{m+1}$.

95. $\left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m-4}-\frac{m^2-4m}{m^2-4m+3}\right):\frac{m}{m^2+m-12}$.

96. Разложите многочлен mn^2-n^2+mn-n на линейные множители.

97. Сократите дробь $\frac{3x^2+7x-6}{x^2-9}$ при $x\neq\pm3$.

98. Разложите на множители $\frac{1}{xy}\cdot(x^3y-2xy^3-x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

99. Разложите на множители $\frac{1}{xy}\cdot(x^3y-3xy^3+2x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения $(2x^2+3y+x+5)^2+(y+3-2x)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ и значения x и y, при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения $(17-4x-5y)^2+(3x-y-4{,}2)^2+3$ и значения x и y, при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0; y_0)$, при которых верно равенство $\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

104. Найдите все пары чисел $(a;b)$, при которых равны значения выражений $2+\sqrt{2a-3b-1}$ и $\sqrt{4-(a-2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

105. $\dfrac{2}{x^2-x-12}+\dfrac{6}{x^2+4x+3}=\dfrac{1}{x+3}$.

106. $\dfrac{3}{x^2+4x-5}-\dfrac{5}{x^2-8x+7}=\dfrac{2}{x-1}$.

107. $\dfrac{3}{x^2+x-6}-\dfrac{2}{2x^2-5x+2}=\dfrac{x}{2x^2+5x-3}$.

108. $\dfrac{x}{2+3x}-\dfrac{5}{3x-2}=\dfrac{15x+10}{4-9x^2}$.

109. $2x^4-5x^3+2x^2-5x=0$.

110. $2x^4+3x^3-8x^2-12x=0$.

111. $10x^4-45x=30x^2-15x^3$.

112. $(x^2+3)^2+3=7x^3-7x^2+7x$.

113. $5x^3+3x^2-5x-3=0$.

114. $x^4+2x^3+2x^2+2x+1=0$.

115. $x^4+3x^3+3x^2+3x+2=0$.

116. $x^6-2x^4+4x^2-8=0$.

117. $x^6-14x^4+56x^2-64=0$.

118. Докажите, что уравнение $(x^2+8x+17)(x^2-4x+7)=3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $(x^2-6x+10)(x^2-10x+32)=7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

120. $\dfrac{3}{x^2-2x+1}+\dfrac{2}{1-x^2}=\dfrac{1}{x+1}$.

121. $\dfrac{4}{x^2+6x+9}-\dfrac{6}{9-x^2}=\dfrac{1}{x-3}$.

122. Найдите координаты точек пересечения параболы

$y=\dfrac{1}{3}x^2-2x+4$ и прямой $2x-y-5=0$.

123. Найдите координаты точек пересечения параболы
$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7$ и прямой $3x + 2y - 1 = 0$.

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \frac{2}{x^2} = 3$.

125. График функции $y = ax^2 + bx + c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x$.

126. Найдите все решения уравнения $\frac{x^2 - 10}{x^2 + 2} + x^2 - 2 = 1$.

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9$.

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$.

130. $\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} - 3\right)\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0$.

131. $\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right)\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

Решите систему уравнений (132–133):

132. $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

133. $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}$.

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 2x\sqrt{2} + 8{,}4 = -3x$.

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:
1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

140. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$

142. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$

143. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 3, \\ \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$

144. $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y+2} - \dfrac{y+4}{x-1} = \dfrac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$

145. $\begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

146. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

147. $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$

148. $\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$

149. Среднее геометрическое двух чисел превышает меньшее из этих чисел на 12, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150–158):

150. $\begin{cases} 2x - \dfrac{12x + y}{8} = 3, \\ \dfrac{x-y}{2} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{y}{3}. \end{cases}$

151. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{5} + 2x = 11, \\ \dfrac{3y}{5} + \dfrac{y-x}{15} = \dfrac{x}{5}. \end{cases}$

152. $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3}+\dfrac{11}{3}=2x, \\ 2+\dfrac{y-x}{4}=\dfrac{y}{7}. \end{cases}$

153. $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{4}-\dfrac{15}{2}=-\dfrac{x}{2}, \\ \dfrac{5y}{2}+3=-\dfrac{x+y}{5}. \end{cases}$

154. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=7, \\ x+5xy+y=1. \end{cases}$

155. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=6, \\ x+10xy+y=2. \end{cases}$

156. $\begin{cases} 2(x-3)-4(y+7)=1, \\ 3(2-x)+7(y-1)=3. \end{cases}$

157. $\begin{cases} \dfrac{5x}{6}+\dfrac{2y-x}{3}=1, \\ \dfrac{x}{6}-\dfrac{y-2x}{3}=-2\dfrac{2}{3}. \end{cases}$

158. $\begin{cases} x^2-y=2, \\ 2x+y=-2. \end{cases}$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами (x^2, y^2). Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y^2=7, \\ xy^2=12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами $(|x|, |y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

162. $\begin{cases} \dfrac{9}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=3, \\ \dfrac{18}{x+y}-\dfrac{5}{x-y}=-3. \end{cases}$

163. $\begin{cases} \dfrac{6}{x+y} + \dfrac{5}{x-y} = 7, \\ \dfrac{3}{x+y} - \dfrac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$

164. $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + \dfrac{12}{x+y} = 3, \\ \dfrac{8}{x-y} - \dfrac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$

165. $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y} - \dfrac{8}{x+y} = -2, \\ \dfrac{9}{x-y} + \dfrac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$

166. $\begin{cases} (2x+y)^2 = 2x+2+y, \\ x-y=7. \end{cases}$

167. $\begin{cases} (3x-y)^2 = 12-3x+y, \\ x+y=5. \end{cases}$

168. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 1 = \dfrac{6y}{x}, \\ x+y=3. \end{cases}$

169. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 3 = \dfrac{4y}{x}, \\ y-x=5. \end{cases}$

170. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 1, \\ x-11xy-y=-1. \end{cases}$

171. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 2, \\ x+10xy-y=1. \end{cases}$

172. $\begin{cases} 3x^2+2xy=9, \\ |2x+y|=5. \end{cases}$

173. $\begin{cases} 2xy+y^2=15, \\ |x-y|=6. \end{cases}$

174. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{6y}{x} = 5, \\ x^2+4xy-3y^2=18. \end{cases}$

175. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$

176. $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x + y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$

177. $\begin{cases} (x^2 - 4y^2)(x - 2y) = 640, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$

178. $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x - y) = 81, \\ x + y = 9. \end{cases}$

179. $\begin{cases} (y^2 - x^2)(y - x) = 75, \\ x - y = -5. \end{cases}$

180. $\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3. \end{cases}$

181. $\begin{cases} x(x + y) = 15, \\ y(x + y) = 10. \end{cases}$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

182. $x - 2 \leqslant \dfrac{-6{,}25}{x + 3}$.

183. $x - 2 \leqslant \dfrac{-2{,}25}{x + 1}$.

184. $\dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{4x + 1} \geqslant \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{2x + 3}$.

185. $\dfrac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}} \geqslant \dfrac{5x + 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}}$.

186. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} > 7$.

187. $x^2 + \dfrac{4}{x^2} < 5$.

188. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1 \leqslant 0$.

189. $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leqslant 0$.

Решите систему неравенств (190–193):

190. $\begin{cases} \dfrac{6 - x}{x + 3} \geqslant 0, \\ \dfrac{1}{x} \leqslant -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

191. $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{4}. \end{cases}$

192. $\begin{cases} 2 - \dfrac{3+2x}{3} > 1 - \dfrac{x+6}{2}, \\ 3 - \dfrac{x}{4} < x. \end{cases}$

193. $\begin{cases} 1 - \dfrac{1-x}{2} < 4 - \dfrac{5+5x}{3}, \\ 2 - \dfrac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$

Найдите область определения выражения (194–201):

194. $\dfrac{\sqrt{14x^2 - 3x - 5}}{x^3 - x}$.

195. $\dfrac{\sqrt{3x^2 - 20x - 7}}{2x^2 + 5x} + \dfrac{2x+1}{3x-21}$.

196. $\dfrac{\sqrt{x^2 - 4x - 21}}{x^2 - 25}$.

197. $\dfrac{100 - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$.

198. $\dfrac{\sqrt[6]{x^2 + 2x + 1}}{14 - 3x}$.

199. $\dfrac{\sqrt[4]{x + 12 - x^2}}{4 - x^2}$.

200. $\dfrac{\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x^2 - 36}}{x^2 - 49}$.

201. $\dfrac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7 - x^2}}{5 + x^3}$.

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2 + 9x - 35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16 - 2x - 3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение $\sqrt{\dfrac{20x - 11x^2 - 3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s, при которых выражение $\sqrt{\dfrac{123}{11s - 6 - 3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{x^2-9}{(x+3)\sqrt{2x^2-11x+12}}$.

207. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{\sqrt{4x^2-11x-3}}{1-\dfrac{6}{x+1}}$.

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y<7, \\ y-2x>0, \\ x+y>5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y<1, \\ x-y<5, \\ 3x+y>3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств
$$\begin{cases} \dfrac{6-x}{2}-4<\dfrac{2+3x}{5}-1, \\ x-\dfrac{6-x}{2}<\dfrac{x}{3}. \end{cases}$$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств
$$\begin{cases} \dfrac{6x+1}{3}-\dfrac{5x-1}{2}\leqslant\dfrac{10-x}{5}, \\ 3-\dfrac{2x}{3}\geqslant 1-\dfrac{x}{6}. \end{cases}$$

Решите систему неравенств (212–221):

212. $\begin{cases} (x^2-3x+2)^4\leqslant 0, \\ (x^2+4x+1)^2\geqslant 100. \end{cases}$

213. $\begin{cases} (x^2-13x+42)^2\leqslant 0, \\ (x^2-6x+2)^2\leqslant 64. \end{cases}$

214. $\begin{cases} (x^2-16x+63)^2\leqslant 0, \\ (8x-x^2-9)^2\leqslant 81. \end{cases}$

215. $\begin{cases} (x^2-4x+3)^2\leqslant 0, \\ (-x^2-x-3)^2\geqslant 49. \end{cases}$

216. $\begin{cases} \left(\dfrac{2}{x^2-2x-1}+2x^2-4x-7\right)^2\leqslant 0, \\ x^2-2x-3\geqslant 0. \end{cases}$

217. $\begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \dfrac{2}{x^2 - 5x + 6}\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leqslant 0. \end{cases}$

218. $\begin{cases} \left(x^2 + 5x\right)^2 - 12x^2 - 60x + 36 \leqslant 0, \\ \left(x^2 - 2x - 15\right)^2 \leqslant 900. \end{cases}$

219. $\begin{cases} \left(x^2 + 3x - 5\right)^2 - 10x^2 - 30x + 75 \geqslant 0, \\ \left(x^2 - x - 4\right)^2 \leqslant 625. \end{cases}$

220. $\begin{cases} (x-2)^2(x^2 + 2x - 1)^2 \leqslant 0, \\ |x| - 1 < 1. \end{cases}$

221. $\begin{cases} (4x^2 - 4x + 1)(x^2 + 2x - 4)^2 \leqslant 0, \\ |2x + 3| < 4. \end{cases}$

Решите неравенство (222–225):

222. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 \geqslant 0.$

223. $x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81 \geqslant 0.$

224. $(2x^2 - x)^2 < 1.$

225. $\left(|x+1| - |x|\right)^2 \cdot \left(|x+1| + |x|\right) < \dfrac{1}{\left(|x+1| + |x|\right)}.$

Решите систему неравенств (226–231):

226. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x + 3} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 5x + 5\right)^2} \leqslant 1. \end{cases}$

227. $\begin{cases} \sqrt{5x + 6 - x^2} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 8x + 11\right)^2} \leqslant 4. \end{cases}$

228. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 + 3{,}5x + 4{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 7x + 11\right)^2} \geqslant 1. \end{cases}$

229. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 - 4{,}5x + 5{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 + 6x + 6{,}5\right)^2} \geqslant 1{,}5. \end{cases}$

230. $\begin{cases} (x^2 - 4x - 3)^2 + \dfrac{16}{(x^2 - 4x - 3)^2} \leqslant 8, \\ x^2 - 4x - 5 \geqslant 0. \end{cases}$

231. $\begin{cases} (x^2 - 3x + 5)^2 + \dfrac{81}{(x^2 - 3x + 5)^2} \leqslant 18, \\ x^2 + x - 2 \leqslant 0. \end{cases}$

Решите неравенство (232–237):

232. $\sqrt{x^2-4}\cdot(x^2+2x-15)\geqslant 0.$

233. $\sqrt{9-x^2}\cdot(x^2+x-2)\leqslant 0.$

234. $\dfrac{x^2}{16}\leqslant\dfrac{3-2x}{3}.$

235. $\dfrac{x^2}{8}\leqslant\dfrac{2-x}{3}.$

236. $\dfrac{x^2}{3}\leqslant\dfrac{5x-3}{4}.$

237. $\dfrac{x^2}{3}\geqslant\dfrac{x+14}{12}.$

238. Найдите наибольшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{58-5x}{3}$ и $\dfrac{2x+12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{23-2x}{5}$ и $\dfrac{3x-11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

240. $\dfrac{\sqrt{-15+13x-2x^2}}{x^2-4}.$

241. $\dfrac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x^2-16}.$

242. $\dfrac{\sqrt{12-x-x^2}}{9-x^2}.$

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ... .

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии −41,4; −40,2; ... .

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ... .

246. Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 580 м, а за каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

247. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание — на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

248. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

249. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.

250. Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?

251. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. Каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

252. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

253. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

254. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.

255. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.

256. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; ... .

257. Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d.

258. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27 и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.

259. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12 и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.

260. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

261. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а из второго и третьего вычесть соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

262. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

263. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

264. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.

265. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.

266. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?

267. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7, a_{12} = -17$?

268. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5, a_{11} = 12$?

269. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.

270. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.

271. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?

274. Составляют ли второй, четвёртый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 8, а восьмой равен 33?

275. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5?

277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти её членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.

278. Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трёх её членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.

279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.

280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трёх членов этой прогрессии к её третьему члену.

281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.

282. Ученик 9-го класса Петя решил с начала месяца делать по утрам зарядку. Каждый день он делал на 2 отжимания больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?

283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год на 15 единиц продукции больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8-го года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?

284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.

285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем за предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание — на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d. Найдите d.

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = \dfrac{n-18}{0{,}25}$. Найдите сумму первых тридцати её членов с чётными номерами: $a_2 + a_4 + \ldots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16\cdot(-0{,}5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна (-72). Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму первых 10 членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый больше третьего на 36.

296. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b.

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее утроить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее удвоить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменения, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность x, $x+2$, $5x-2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x$, $x+1$, $x-5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a+b$, $b+c$, $c+a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c+a$, $a+b$, $b+c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q.

311. Первый, второй и четвёртый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе числа увеличить на 1, а третье уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$, $b_5 = 12$, $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 + b_4 = \dfrac{20}{3}$ и $b_1 + b_3 = 20$.

322. Найдите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18, b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32, b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\dfrac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1;... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1;... ?

326. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{12}$. Найдите b_2.

327. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

328. $y = -\dfrac{9x + x^3}{3x}$.

329. $y = \dfrac{8x - x^3}{4x}$.

330. $y = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}$.

331. $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -(x-1)^2 + 1, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

332. $y = \begin{cases} -(x-1)^2, \text{ если } x \geqslant 0, \\ x^2 + 2x - 1, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

333. $y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -2x^2 + 4, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

334. $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$.

335. $y = \dfrac{x-4}{x^2-4x}$.

336. $y = x + \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{9-12x+4x^2}$.

337. $y = \sqrt{16x^2+56x+49} + \sqrt{x^2-4x+4} - 5x$.

338. $y = \dfrac{(x^2-5x+6)(x^2-5x+4)}{(x-4)(2-x)}$.

339. $y = \dfrac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)}{(3-x)(x-2)}$.

340. На рисунке 301 изображён график функции вида $y = |ax+b| + c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

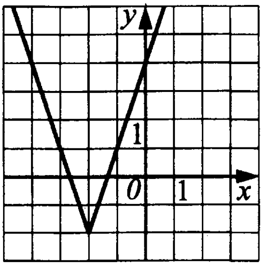


Рис. 301

341. На рисунке 302 изображён график функции вида $y = \left|ax^2+bx+c\right|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

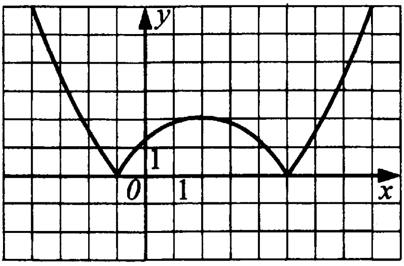


Рис. 302

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

344. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.

345. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.

346. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.

347. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.

348. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.

349. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.

350. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.

351. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1, касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.

352. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.

353. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.

354. Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболе.

355. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.

356. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.

357. Найдите точки, симметричные относительно оси Ox, одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболе $y = 16x^2 + 12x - 2$.

358. Найдите точки, симметричные относительно оси Oy, одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая — на параболе $y = 18x^2 - 33x$.

359. На рисунке 303 изображён график функции $y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A, B и C.

360. Постройте график функции $y = \big||x + 1| - 2\big|$.

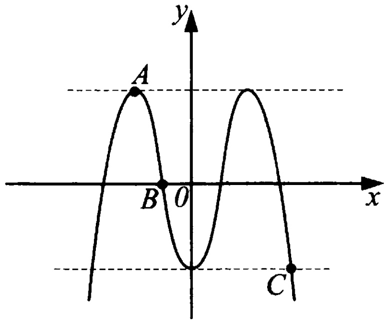


Рис. 303

361. Парабола с вершиной в точке $(0; 4)$ проходит через точку $(3; -14)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

362. Парабола с вершиной в точке $(0; -12)$ проходит через точку $(-1; -9)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

363. Парабола с вершиной в точке $(4; -28)$ проходит через точку $(0; 4)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

364. Парабола с вершиной в точке $(6; 33)$ проходит через точку $(0; -3)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

365. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -6$ и $x_2 = 2$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = 24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

366. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 6$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = -9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

367. Известно, что прямая $y = 2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$.

368. Известно, что прямая $y = -2x-1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = -1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = -1$.

369. Окружность с центром в точке $O(4; 3)$ проходит через точку $A(8; 6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

370. Окружность с центром в точке $O(2; 2)$ проходит через точку $A(3; 4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \dfrac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 9$?

376. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

377. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{2 - x}{4}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{3 + x}{6}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

379. Постройте график функции $y = 3-2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5-2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

381. Постройте график функции $y = \dfrac{5 - x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 0{,}25$?

382. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?

383. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 3$?

384. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1{,}5$?

385. Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leqslant y \leqslant 4$?

386. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leqslant y \leqslant -5$?

387. Постройте график функции $y = \dfrac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leqslant 3\frac{2}{3}$?

388. Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geqslant 3{,}3$?

389. Постройте график функции $y = 7x - 5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40.

390. Постройте график функции $y = 6x - 7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49.

391. Постройте график функции $y = \dfrac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

392. Постройте график функции $y = \dfrac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 4$?

393. Постройте график функции $y = 3{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

394. Постройте график функции $y = 2{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 2{,}5$?

395. Постройте график функции $y = -\dfrac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leqslant x \leqslant 4$?

396. Постройте график функции $y = \dfrac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leqslant x \leqslant 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397–401):

397. $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^3}}{x^4 - 3x^2 + 1}$.

398. $y = \dfrac{\sqrt{x^3 - 7x}}{x^4 - 5x^2 + 4}$.

399. $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x - x^2 - 10} + \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - 20x + 25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402–403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404–405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 9}{6 - 2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \dfrac{9 - x^2}{2x - 6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \dfrac{4x - 2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \dfrac{4}{9}x^2 - \dfrac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0{,}5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $\dfrac{1}{5}$ и $\dfrac{1}{6}$ всего забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе за это же время съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\frac{2}{3}$ оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причём скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом в 1 час. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется ещё столько же времени, чтобы второй катер догнал первый. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а себестоимость продукции, которая до этого составляла 3/4 отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил суточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвёртая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвёртая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвёртая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвёртая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса, работая вместе?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч 20 мин; если 1-й, 2-й и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решат их за 7 минут. Второй студент и два школьника решат их за 10 минут. Два студента решат эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Второй, третий и четвёртый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвёртый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города A в город B, расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути спустя 1 час после выезда из города B водитель уменьшил скорость на 20 км/ч. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал из пункта A до пункта B со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью, вдвое меньшей первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта A, не меняя скорости. Найдите расстояние от пункта A до пункта B, если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше.

432. Два поезда выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 50 часов, а второй — в пункт A через 8 часов. Сколько времени прошло от начала движения поездов до их встречи, если они двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человек, а затем на каждой следующей выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

442. Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд задержался в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

443. Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остаётся до начала матча?

444. Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.

445. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50%-го раствора.

446. Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.

447. Катер должен проплыть 87,5 км за определённое время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут и, чтобы прийти вовремя в место назначения, увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера в км/ч.

448. Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй — в A через 12 минут. Найдите время в пути каждого пешехода.

449. В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

450. В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на чётных местах среди первых двенадцати, к сумме членов, стоящих на нечётных местах среди первых двенадцати, равно 32 : 27. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B. Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B. Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришёл в пункт B на 4 часа позже, чем второй пришёл в пункт A?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда, с которой он прибыл на станцию B.

455. Двум швеям был поручен заказ. После того как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 6 дней, они установили, что им осталось выполнить $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнила бы весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила её за 3 часа. За какое время каждая машинистка смогла бы перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M, расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раза больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт B прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставшуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 минут, но в пункт B прибыл на 25 минут раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 минут, но в пункт B прибыл на 26 минут раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 минуты, и его скорость была в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B. Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A. Найдите расстояние между городами A и B.

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, за которое второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели полностью, причём Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута, а за третий и четвёртый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части пути всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставшегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяжённость всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течёт со скоростью 5 литров в минуту, а из второго — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объём первого ведра больше объёма второго ведра?

472. Лодка плывёт в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошёл домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

479. Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?

480. Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?

481. Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.

482. Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.

483. Пароход плывёт от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывёт плот от A до B, если известно, что собственная скорость парохода постоянна в течение всего пути.

484. Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?

485. Первый насос должен наполнить водой бассейн объёмом 360 м^3, а второй — объёмом 480 м^3. Первый насос перекачивал ежечасно на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объём воды перекачивает каждый насос за час?

486. Первый насос перекачивает 90 м^3 воды на 1 час быстрее, чем второй 100 м^3. Сколько воды ежечасно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 м^3 воды больше, чем второй?

487. При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пароход идёт от пристани A до пристани B по течению реки 2,5 часа, а обратно — 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению реки больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 9 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 16 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Сколько времени провёл в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий, то работа была бы выполнена за 3 дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 6 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два раствора одной и той же соли в воде. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго раствора испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов A и B навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из A выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из B. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 часа расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами A и B. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-ного раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-ного раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоём они вырыли яму объёмом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы её в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоём они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевёз бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они перевезли бы всё зерно, если бы, работая по очереди, первый перевёз 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км; один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/ч скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-ного раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, вернулась назад, затратив на весь путь 35 минут. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 минут быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта A в пункт B, а второй — навстречу ему из пункта B в пункт A в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт B на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт A? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта A в пункт B, а в 9 ч из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт A на 11 часов раньше, чем велосипедист в пункт B? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше времени, чем работающим совместно второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько работающим совместно второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II сорта — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская производит два вида шоколада с содержанием какао-бобов — 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45% какао-бобов?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней мог бы вспахать всё поле каждый трактор в отдельности, если первый трактор может это сделать на два дня быстрее, чем второй?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъёмности. Второй грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевезти весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

525. Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями $\begin{cases} -3x - 4, \text{ если } x < -2, \\ 2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 4, \text{ если } x > 2. \end{cases}$

526. Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями
$$y = \begin{cases} x + 1, \text{ если } x < -2, \\ -1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -x + 1, \text{ если } x > 2. \end{cases}$$

527. При каких значениях p прямая $y = 0{,}3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1{,}5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14?

531. При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения $2x^2 - \frac{1}{2}x + (k-3)(k+5) = 0$?

532. При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k-1)(k+7) = 0$?

533. Найдите множество значений параметра l, при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l-2)(l+2) = 3$.

534. Найдите все k, при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общие точки с параболой $y = kx^2 - (k-3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k-1)x^2 - 2kx + k + \frac{9}{4}$.

535. Докажите, что уравнение $3 \cdot (4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

536. Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

537. Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x-a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.

538. Найдите значения параметров k и b, при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.

539. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2 - (a+4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2.

540. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $ax^2 - (2a+3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.

542. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 15.

543. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 14.

544. Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трёх других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n-ой степени из произведения этих чисел).

545. Найдите все значения a, при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a-1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1{,}5; +\infty)$.

546. Найдите все значения m, при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.

547. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.

548. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.

549. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку.

550. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ единственную общую точку.

551. При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty)$ равно 7?

552. При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?

553. При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?

554. При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?

555. При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?

556. При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = c$ имеет хотя бы один корень?

557. При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x+3} + \sqrt{11-4x} = c$ имеет хотя бы один корень?

558. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.

559. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвёртой координатной четверти.

560. Найдите число b, при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.

561. Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.

562. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.

563. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.

564. Найдите все значения параметра a, при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a + 1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.

565. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.

566. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

567. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

568. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0, y < 0$?

569. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0, y > 0$?

570. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

571. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.

572. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.

573. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

574. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k, l.

575. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b, c.

576. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b, c.

577. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b, c.

578. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x}, \text{если } x < -2, \\ \dfrac{x}{2} - 1, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ x^2 - 6x + 8, \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, \text{ если } x < -1, \\ |x| + 1, \text{ если } -1 \leqslant x \leqslant 3, \\ \dfrac{12}{x}, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x}, \text{ если } x \leqslant -3, \\ x + 1, \text{ если } -3 < x \leqslant 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}, \text{ если } x \leqslant -1, \\ -x, \text{ если } -1 < x \leqslant 1, \\ -x^2 + 4x - 4, \text{ если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \dfrac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

588. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?

589. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?

590. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?

591. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?

592. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и парабола $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?

593. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и парабола $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?

594. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$ имеет ровно одно целое решение.

595. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$ имеет ровно два целых решения.

596. При каких отрицательных значениях c парабола $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?

597. При каких значениях p парабола $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?

598. При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?

599. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и парабола $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?

600. Определите наибольшее целое значение a, при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.

601. При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?

602. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?

603. При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?

604. При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?

605. При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?

606. При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?

607. При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?

608. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает в трёх различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, \text{ при } x < -4, \\ -4, \text{ при } -4 \leqslant x \leqslant 4, \\ 2x - 12, \text{ при } x > 4. \end{cases}$$

609. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a + 2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?

610. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a - 2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?

611. Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2 - (6a + 2)x + 9a + 3 \leqslant 0$ не имеет решений.

612. Найдите все значения a, при которых неравенство $-x^2 + (3 - 4a)x + 3a - 1{,}75 \geqslant 0$ не имеет решений.

613. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a - 3)x + a > 0$ выполняется при любых x.

614. Найдите все отрицательные значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a - 6)x + a \geqslant 0$ не имеет решений.

615. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||4x - 5| - 1\big|$.

616. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||3x - 2| - 4\big|$.

617. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках, где

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leqslant x < 2, \\ -0{,}5x, & \text{если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -2, \\ -x + 2, & \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x - 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x+3, & \text{если } x < 0, \\ x-2, & \text{если } 0 \leqslant x < 1, \\ -2x+1, & \text{если } x \geqslant 1. \end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6; 4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x = 2$, $x = 12$, $y = 4$ и $y = 8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

2.8. Геометрия

2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник

622. AB и CD — диаметры окружности. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (см. рис. 304).

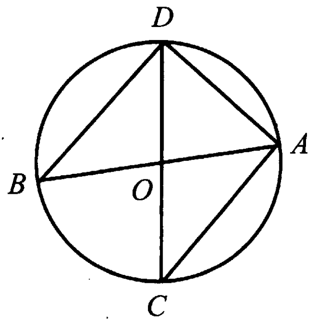


Рис. 304

623. Длины двух сторон треугольника равны 2 и 3, его площадь $S = \dfrac{3\sqrt{15}}{4}$. Медиана, проведенная к его третьей стороне, меньше её половины. Найдите $R\sqrt{15}$, где R — радиус описанной около этого треугольника окружности.

624. Катеты прямоугольного треугольника равны 36 и 48. Найдите расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до высоты, проведенной к гипотенузе.

2.8.2. Треугольник

625. Треугольник ABC — прямоугольный, CH — его высота (см. рис. 305). Докажите, что треугольники ABC и BCH подобны.

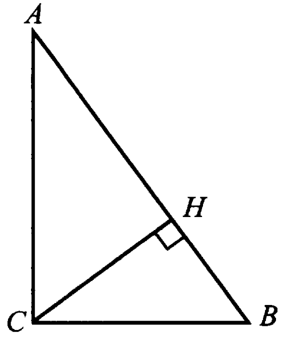


Рис. 305

626. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке K. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCK, если $AC = 13$, $AK = 5$.

627. Точки M, N, P — середины сторон AB, BC, AC треугольника ABC соответственно (см. рис. 306). Докажите, что треугольник MNP подобен треугольнику ABC.

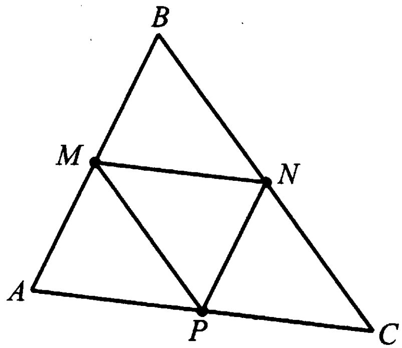


Рис. 306

628. Две стороны треугольника равны 1 см и $\sqrt{15}$ см, а медиана к третьей стороне равна 2 см. Найдите $(5 - \sqrt{15})p$, где p — периметр треугольника.

629. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M и N — середины боковых сторон. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN, если периметр треугольника ABC равен 32, а длина отрезка MN равна 6.

630. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, AD и BC пересекаются в точке O, при этом $BO = OC$. Докажите равенство треугольников AOB и COD.

631. В треугольнике ABC проведена медиана AD. Найдите BL, если AL — высота треугольника и $AB = 1$ см, $AC = \sqrt{15}$ см, $AD = 2$ см.

632. В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = BC)$ длина средней линии MN равна 6 $(M \in AB,\ N \in BC)$, а $\sin\angle BAC = \frac{4}{5}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN.

633. Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.

634. В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90°)$ проведена медиана CD, длина которой 2,5 см. Найдите периметр треугольника, если один из катетов на 1 см меньше гипотенузы.

635. Длина одного из катетов прямоугольного треугольника равна 12. Расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до этого катета равно 2,5. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.

636. В треугольнике MNP проведена медиана MD. Найдите её длину, если $MN = 1,\ MP = \sqrt{15}$ и $\cos\angle MNP = \frac{1}{4}$.

637. Тангенс острого угла BAC прямоугольного треугольника ABC $(\angle C = 90°)$ равен $\frac{5}{12}$, а расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до катета AC равно 2,5. Найдите периметр этого треугольника.

638. Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведенной к третьей стороне, равна 26. Найдите высоту треугольника, проведенную к стороне длиной 27.

639. Длины двух сторон остроугольного треугольника равны $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$. Найдите длину третьей стороны, если она равна длине проведенной к ней высоты.

640. В треугольнике ABC $AB = 5$, $AC = 2$, $BC = 4$. Точка K лежит на стороне BC и $BK = 1$, точка M лежит на стороне AB и $BM = 1{,}25$ (см. рис. 307). Докажите, что $MK \parallel AC$.

641. В равнобедренном треугольнике проведена медиана к боковой стороне, равной 4. Найдите квадрат длины основания треугольника, если длина медианы равна 3.

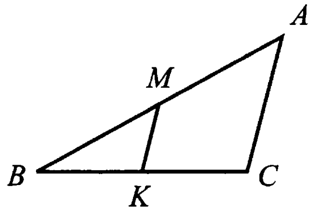


Рис. 307

642. Треугольник MNK образован средними линиями треугольника ABC (см. рис. 308). Докажите, что все его углы равны соответствующим углам треугольника ABC.

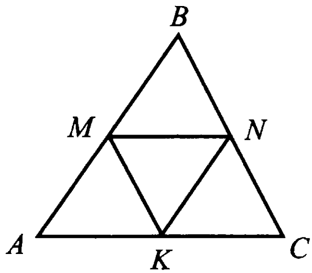


Рис. 308

643. Основание равнобедренного треугольника равно 30, а высота, проведённая к боковой стороне, равна 24. Найдите длину боковой стороны.

644. Биссектриса прямого угла треугольника делит его на два равнобедренных треугольника. Докажите, что и исходный треугольник равнобедренный.

645. Медиана, проведенная к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на части длиной 15 и 6. Найдите длину боковой стороны.

2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб

646. В ромб вписана окружность радиуса 5. Расстояние между точками касания этой окружности с двумя соседними рёбрами равно 6. Найдите сторону ромба.

647. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы при сторонах AB и CD пересекаются в точках K и L соответственно, причём $AD > CD$ и $KL = AB$. Найдите, во сколько раз AD больше CD.

648. В параллелограмме $ABCD$ диагонали перпендикулярны (см. рис. 309). Докажите, что $ABCD$ — ромб.

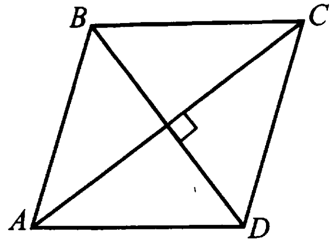


Рис. 309

649. Биссектриса угла BAD ($\angle BAD = 60°$) параллелограмма $ABCD$ пересекает продолжение прямой CD за точку C в точке N, $CN = 2$. Найдите BD, если $AB = 4$.

650. В параллелограмме $ABCD$ длина отрезка AB равна 4. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K, а продолжение стороны CD в точке E. Найдите длину отрезка KC, если $EC = 1$.

651. В параллелограмме сторона и бóльшая диагональ равны соответственно 3 и $\sqrt{37}$. Найдите периметр параллелограмма, если его острый угол равен 60°.

652. В четырёхугольнике диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам. Докажите, что данный четырёхугольник — ромб.

653. Сторона ромба равна 5 см, а длины диагоналей относятся как 4 : 3. Найдите сумму длин диагоналей ромба.

654. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина BC (см. рис. 310). Докажите, что треугольник AMD равнобедренный.

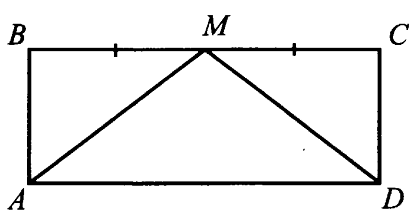


Рис. 310

655. Периметр параллелограмма равен 90, а острый угол — 60°. Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1 : 3. Найдите бóльшую сторону параллелограмма.

656. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла B пересекает сторону AD в точке F. Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 12$ и $AF : FD = 4 : 3$.

2.8.4. Трапеция

657. Точки M, N, L, P — середины сторон AB, BC, CD, AD трапеции $ABCD$ соответственно (см. рис. 311). Докажите, что $MNLP$ — параллелограмм.

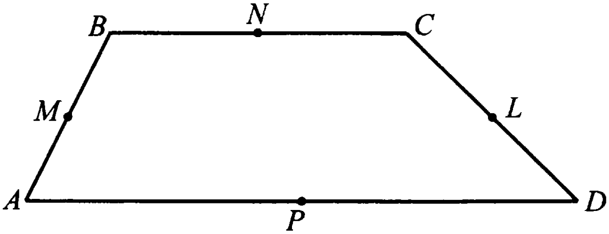


Рис. 311

658. В трапецию $ABCD$ вписана окружность (см. рис. 312). Докажите, что $AB + CD = BC + AD$.

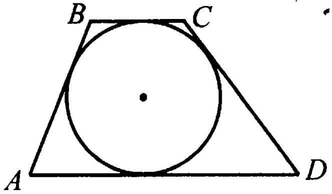


Рис. 312

659. Трапеция с основаниями 6 и 8 вписана в окружность, причём расстояние от центра окружности до большего основания равно 3. Найдите высоту трапеции.

660. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность (см. рис. 313). Докажите, что она равнобедренная.

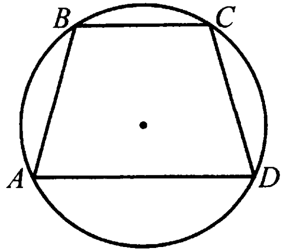


Рис. 313

661. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 10$ и $BC = 5$ прямая, проходящая через точку A и середину диагонали BD, пересекает сторону CD в точке L и прямую BC в точке K. Найдите LD, если $CD = 9$.

662. В равнобочной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 4 см. Найдите высоту трапеции.

663. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция с острым углом 30°. Найдите длину средней линии трапеции.

664. Около круга описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 10. Определите периметр трапеции.

665. Около окружности описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь трапеции.

666. Диагонали равнобочной трапеции взаимно перпендикулярны, а площадь трапеции равна 4. Найдите высоту трапеции.

2.8.5. n-угольники

667. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности больше радиуса окружности, вписанной в этот шестиугольник, на 1. Найдите сторону данного шестиугольника.

2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая

668. Докажите, что треугольники ABK и CDK подобны (см. рис. 314).

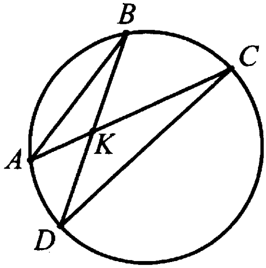


Рис. 314

669. Докажите, что треугольники AOB и OBC равны (см. рис. 315).

670. Окружности радиусов 13 и 20 пересекаются в двух точках, расстояние между которыми равно 24. Найдите расстояние между радиусами, проведёнными к общей касательной этих окружностей.

671. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 и 17. Найдите диаметр этой окружности, если расстояние между серединами хорд равно 5.

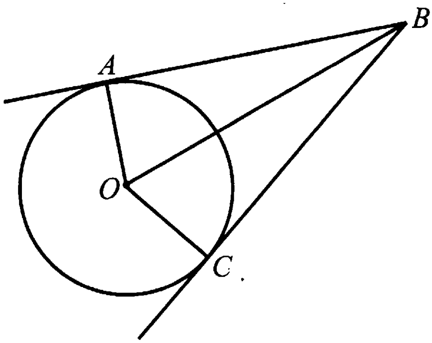


Рис. 315

672. Центры двух окружностей находятся на расстоянии $\sqrt{80}$. Радиусы окружностей равны 4 и 8. Найдите длину общей касательной.

673. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AC пересекает окружность в точках C и D. Найдите AD, если $AC = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

674. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AM проходит через центр окружности и пересекает ее в точках M и N. Найдите квадрат расстояния от точки B до прямой AN, если $AM = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

675. В окружности радиуса 17,5 проведены диаметр AB, хорды AC и CB, перпендикуляр CD к диаметру AB. Найдите сумму длин хорд AC и CB, если $AC : AD = 5 : 3$.

676. Из точки, данной на окружности, проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Отрезок, соединяющий их середины, равен 6. Найдите радиус окружности.

677. Окружность касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из двух других его сторон на отрезки, равные 2 и 23. Найдите радиус окружности.

§ 3. Решения задач из сборника

60. Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на число, сопряжённое знаменателю.

$$\frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{\sqrt{4}-1}{4-1} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{7-4} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{10-7} + \cdots + \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{n+3-n} =$$

$$= \frac{\sqrt{4}-1}{3} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{3} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3} + \dots + \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{3} =$$
$$= \frac{-1+\sqrt{n+3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$.

61. $\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2} = |\sqrt{10}-3| + |\sqrt{10}-4| =$
$= (\sqrt{10}-3) - (\sqrt{10}-4) = \sqrt{10}-3-\sqrt{10}+4 = 1.$

Ответ: 1.

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}} + \sqrt{21+12\sqrt{3}} =$
$= \sqrt{12-12\sqrt{3}+9} + \sqrt{12+12\sqrt{3}+9} =$
$= \sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\right)^2} + \sqrt{\left(2\sqrt{3}+3\right)^2} =$
$= \left|2\sqrt{3}-3\right| + 2\sqrt{3}+3 = 2\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}+3 = 4\sqrt{3}.$

Ответ: $4\sqrt{3}$.

96. $mn^2 - n^2 + mn - n = n^2(m-1) + n(m-1) = (n^2+n)(m-1) =$
$= n(n+1)(m-1).$

Ответ: $n(n+1)(m-1)$.

99. $\frac{1}{xy}\cdot\left(x^3y-3xy^3+2x^2y^2\right) = \frac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2-3y^2+2xy\right) = x^2+2xy-3y^2 =$
$= x^2+3xy-xy-3y^2 = x(x+3y)-y(x+3y) = (x-y)(x+3y).$

Ответ: $(x-y)(x+3y)$.

105. $\frac{2}{x^2-x-12} + \frac{6}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3}$,

$\frac{2}{(x+3)(x-4)} + \frac{6}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$.

1) ОДЗ $x \neq -3$, $x \neq 4$, $x \neq -1$.

2) $2x+2+6x-24 = x^2-3x-4$, $x^2-11x+18=0$, $x_1 = 9$, $x_2 = 2$.

Оба корня принадлежат ОДЗ.

Ответ: 9, 2.

109. $2x^4-5x^3+2x^2-5x = 0$, $x\left(2x^3-5x^2+2x-5\right) = 0$, $x_1 = 0$, $2x^3-5x^2+2x-5=0$, $x^2(2x-5)+(2x-5)=0$, $\left(x^2+1\right)(2x-5)=0$, $x^2+1>0$ при всех $x \in R$; $2x-5=0$, $x_2 = 2{,}5$.

Ответ: 0; 2,5.

137. Представим данное уравнение в виде $(2-\sqrt{3})x^2-\sqrt{3}x+\sqrt{3}=0$.

Определим знак дискриминанта:

$D=3-4\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=3-8\sqrt{3}+12=15-8\sqrt{3}$. Так как $15-8\sqrt{3}=$ $=\sqrt{225}-\sqrt{192}>0$, то $D>0$.

Уравнение $2x^2=\sqrt{3}(x^2+x-1)$ имеет два различных действительных корня.

Ответ: 2.

141. $\begin{cases} x^2+y^2=2, & (1)\\ xy=1. & (2)\end{cases}$

Прибавим к первому уравнению системы второе, умноженное на 2:

$x^2+2xy+y^2=4$, $(x+y)^2=4$, $\left[\begin{array}{l} x+y=2,\\ x+y=-2.\end{array}\right.$

Решение исходной системы свелось к решению двух систем уравнений:

$\begin{cases} x+y=2,\\ xy=1,\end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-2,\\ xy=1.\end{cases}$

Решая каждую из этих систем способом подстановки, получим $x_1=1$, $y_1=1$, $x_2=-1$, $y_2=-1$.

Ответ: $(1;1)$, $(-1;-1)$.

182. $x-2+\dfrac{6{,}25}{x+3}\leqslant 0$, $\dfrac{x^2+x+0{,}25}{x+3}\leqslant 0$, $\dfrac{(x+0{,}5)^2}{x+3}\leqslant 0$,

$\left[\begin{array}{l} x+0{,}5=0,\\ x+3<0,\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=-0{,}5,\\ x<-3.\end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty;-3)\cup\{-0{,}5\}$.

189. $(x^4-6x^3+9x^2)-4\leqslant 0$; $(x^2-3x)^2\leqslant 4$;

$|x^2-3x|\leqslant 2$; $\begin{cases} x^2-3x\geqslant -2,\\ x^2-3x\leqslant 2;\end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\leqslant 1,\\ x\geqslant 2,\end{array}\right.\\ \dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{3+\sqrt{17}}{2};\end{cases}$

$\left[\dfrac{3-\sqrt{17}}{2};1\right]\cup\left[2;\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$ (см. рис. 316).

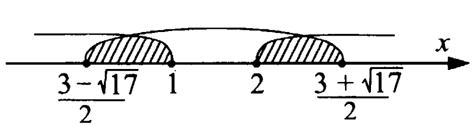


Рис. 316

Ответ: $\left[\dfrac{3-\sqrt{17}}{2};1\right]\cup\left[2;\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$.

194. Выражение имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям: $\begin{cases} 14x^2-3x-5\geqslant 0, \\ x^3-x\neq 0. \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x\leqslant -\frac{1}{2}; x\geqslant \frac{5}{7}, \\ x\neq -1; x\neq 0; x\neq 1. \end{cases}$

Ответ: $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(-1;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{5}{7};1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

201. Выражение $\dfrac{\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{7-x^2}}{5+x^3}$ имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям:

$\begin{cases} 2-x\geqslant 0, \\ 7-x^2\geqslant 0, \\ 5+x^3\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\leqslant 2, \\ (x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})\leqslant 0, \\ x\neq -\sqrt[3]{5}. \end{cases}$

$-\sqrt{7}\leqslant x<-\sqrt[3]{5}, -\sqrt[3]{5}<x\leqslant 2$ (см. рис. 317).

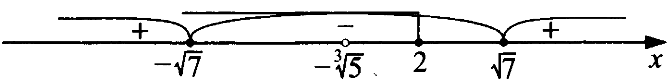


Рис. 317

Ответ: $[-\sqrt{7};-\sqrt[3]{5})\cup(-\sqrt[3]{5};2]$.

241. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$\begin{cases} 24-2x-x^2\geqslant 0, \\ x^2-16\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+2x-24\leqslant 0, \\ x^2\neq 16; \end{cases}$ $\begin{cases} -6\leqslant x\leqslant 4, \\ x\neq \pm 4. \end{cases}$

Получаем $-6\leqslant x<-4, -4<x<4$.

Ответ: $-6\leqslant x<-4,\ -4<x<4$.

242. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$\begin{cases} 12-x-x^2\geqslant 0, \\ 9-x^2\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-12\leqslant 0, \\ x^2\neq 9; \end{cases}$ $\begin{cases} -4\leqslant x\leqslant 3, \\ x\neq \pm 3. \end{cases}$

Получаем $-4\leqslant x<-3, -3<x<3$.

Ответ: $-4\leqslant x<-3,\ -3<x<3$.

249. По условию $a_n=8n$, $a_n\leqslant 200$, $8n\leqslant 200$, $n\leqslant 25$.

Найдём сумму 25 натуральных чисел, кратных 8:

$S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n$, где $a_1=8$, $a_{25}=200$.

$$S_{25}=\frac{8+200}{2}\cdot 25=\frac{208}{2}\cdot 25=104\cdot 25=2600.$$

Ответ: 2600.

280. $\dfrac{a_1+a_2+a_3}{a_3}=\dfrac{a_1+\dfrac{a_1+a_3}{2}+2a_1}{2a_1}=\dfrac{a_1+\dfrac{a_1+2a_1}{2}+2a_1}{2a_1}=$

$=\dfrac{1+\dfrac{3}{2}+2}{2}=2{,}25.$

Ответ: 2,25.

281. По условию задачи $a_8=3a_6$. Тогда $a_7=\dfrac{a_6+a_8}{2}=2a_6$,
$d=a_8-a_7=a_6$. Так как, с другой стороны, $a_6=a_1+5d$, то получим $d=a_1+5d$, $a_1=-4d$.

Итак, $S_g=\dfrac{9\cdot(2a_1+8d)}{2}=\dfrac{9\cdot(2(-4d)+8d)}{2}=0.$

Ответ: 0.

285. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n=4n-3$, $a_1=1$, $d=4$.
Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с чётными номерами. Для новой прогрессии получим $b_1=a_2=5$, $d_b=8$. Сумма членов исходной прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

$S_{25}=\dfrac{(b_1+b_{25})\cdot 25}{2}=\dfrac{(5+5+8\cdot 24)\cdot 25}{2}=2525.$

Ответ: 2525.

291. Тридцать первых членов с чётными номерами прогрессии a_n составляют арифметическую прогрессию b_n, такую, что $b_1=a_2$, $b_2=a_4,\ldots,$ $b_{30}=a_{60}$. Найдём a_2 и a_{60}.

$a_2=\dfrac{2-18}{0{,}25}=-64,\ a_{60}=\dfrac{60-18}{0{,}25}=168.$

Переформулируем задачу: найти сумму тридцати членов арифметической прогрессии, если $b_1=-64$, $b_{30}=168$.

Получаем $S_{30}=\dfrac{-64+168}{2}\cdot 30=1560.$

Ответ: 1560.

340. $y=|ax+b|+c$, $a>0$.
Из рисунка видно, что график функции $y=|ax+b|$ опущен на 2 единицы вниз, значит, $c=-2$. Пусть $\operatorname{tg}\alpha$ — угол наклона прямой к положитель-

ному направлению оси Ox. Тогда $a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{6}{2} = 3$ (по условию $a > 0$).

Если $x > -2$, то $y = ax + (b + c)$. Так как $y(0) = 4$, то $b + c = 4$; $b = 6$.

Ответ: $a = 3$; $b = 6$; $c = -2$.

355. $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

1) С осью Ox

$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$, $(x-1)\left(x^2-4\right) = 0$; $x - 1 = 0$, $x_1 = 1$; $x^2 - 4 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.

$(1;0)$, $(2;0)$, $(-2;0)$ — координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Ox.

2) С осью Oy

$(0;4)$ — координаты точки пересечения графика функции
$y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Oy.

Ответ: $(-2;0)$, $(1;0)$, $(2;0)$, $(0;4)$.

415. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, а второго — y км/ч.

1) первый до встречи прошёл $7{,}5x$ км, а второй — $4y$ км. Составим первое уравнение: $7{,}5x + 4y = 325$;

2) первый до встречи прошёл $5x$ км, а второй — $7y$ км. Составим второе уравнение: $5x + 7y = 325$.

Получим систему уравнений $\begin{cases} 7{,}5x + 4y = 325, \\ 5x + 7y = 325. \end{cases}$

$7{,}5x + 4y = 5x + 7y$, $2{,}5x = 3y$, $5x = 6y$, $x = \frac{6}{5}y$;

$6y + 7y = 325$, $13y = 325$, $y = 25$, $x = 30$.

Ответ: 30; 25.

421. Пусть x км/ч — скорость третьего катера, а t ч — время, за которое третий катер догонит второй. Расстояние, которое проплыл второй катер до встречи с третьим, равно $40 \cdot (t+1)$ км, а третий катер проплыл xt км. К моменту встречи второго катера с первым второй катер проплыл $(2t+1) \cdot 40$ км, а первый катер — $(2t+2) \cdot 30$ км.

По условию $xt = 40 \cdot (t+1)$ и $(2t+1) \cdot 40 = (2t+2) \cdot 30$.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} xt = 40 \cdot (t+1), \\ (2t+1) \cdot 40 = (2t+2) \cdot 30, \end{cases} \quad \begin{cases} xt = 40 \cdot (t+1), \\ 80t + 40 = 60t + 60, \end{cases}$$

$$\begin{cases} xt = 40(t+1), \\ 20t = 20, \end{cases} \quad t = 1, x = 80.$$

Скорость третьего катера равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

442. $420 \cdot \frac{4}{7} = 240$ км было пройдено за изначально намеченное время со скоростью x км/ч. С увеличенной скоростью $(x + 10)$ км/ч было пройдено $420 - 240 = 180$ км.

Планируемое время $\frac{180}{x}$ на $\frac{1}{4}$ больше реального времени $\frac{180}{x+10}$. Составляем уравнение: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+10} = \frac{1}{4}$. Умножим обе части на $4x^2 + 40$.

$720x + 7200 - 720x = x^2 + 10x,$

$x^2 + 10x - 7200 = 0.$

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = -90, x_2 = 80$.

По смыслу задачи $x = 80$ км/ч — исходная скорость. Тогда общее время движения $420 : 80 = 5{,}25$ ч.

Ответ: 5,25.

519. Пусть x — количество стекла первого сорта, y — количество стекла второго сорта, которые надо взять, чтобы получить стекло, пропускающее 60% света. Из условия задачи имеем

$\frac{0{,}45x + 0{,}8y}{x+y} = 0{,}6;\ 0{,}45x + 0{,}8y = 0{,}6x + 0{,}6y;\ 0{,}15x = 0{,}2y;\ \frac{x}{y} = \frac{4}{3}.$

Ответ: 4 : 3.

532. Введём обозначение $f(x) = x^2 + x + (k-1)(k+7)$. Учитывая, что старший коэффициент квадратного трёхчлена $f(x)$ положителен, можно сделать вывод, что число 3 находится между корнями уравнения $f(x) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(3) < 0$.

Решим неравенство $f(3) < 0$, $3^2 + 3 + (k-1)(k+7) < 0$,
$k^2 + 6k - 7 + 12 < 0$, $(k+1)(k+5) < 0$, $-5 < k < -1$.

Ответ: $k \in (-5; -1)$.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, значит, сумма этих девяти чисел равна $17 \cdot 9 = 153$.

Среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7, значит, сумма этих одиннадцати чисел равна $7 \cdot 11 = 77$.

Тогда сумма всех двадцати чисел равна $153 + 77 = 230$, а их среднее арифметическое равно $230 : 20 = 11{,}5$.

Ответ: 11,5.

611. Указанное неравенство не имеет решений, если дискриминант D квадратного уравнения $x^2 - (6a+2)x + 9a + 3 = 0$ меньше нуля. Вычислим $D = (6a+2)^2 - 4 \cdot (9a+3) = 36a^2 - 12a - 8 = 4(9a^2 - 3a - 2)$ и решим неравенство $9a^2-3a-2<0$. Для этого решим уравнение $9a^2-3a-2=0$. Корни его $a_1=-\frac{1}{3}$; $a_2=\frac{2}{3}$, а решение неравенства $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

614. Неравенство $ax^2+(a-6)x+a\geqslant 0$ не имеет решений при отрицательных a, если дискриминант уравнения $ax^2+(a-6)x+a=0$ $D=(a-6)^2-4a\cdot a<0$. Получаем

$$\begin{cases} a^2-12a+36-4a^2<0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4a-12>0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)(a+6)>0, \\ a>0. \end{cases}$$

Решая методом интервалов (см. рис. 318), получим $a<-6$.

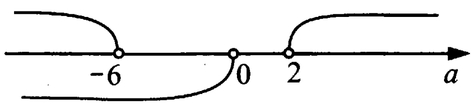


Рис. 318

Ответ: $a<-6$.

620. Построим окружность с центром в точке $E(6;4)$ радиусом 4 и проведём диаметры BF и AC, параллельные осям координат (см. рис. 319).

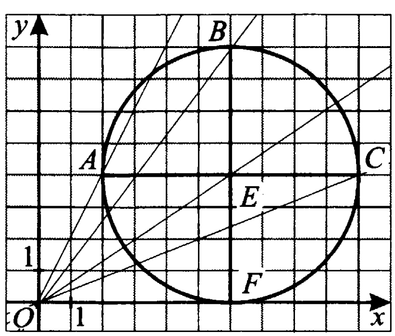


Рис. 319

По рисунку видно, что прямая $y=kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами AC и BF в трёх случаях.

1. Угловой коэффициент прямой $y=kx$ больше либо равен угловому коэффициенту прямой $y=0$ и меньше углового коэффициента прямой OC.

Найдём угловой коэффициент прямой OC как прямой, проходящей через точку $C(10;4)$: $4 = 10k$, $k = \frac{2}{5}$.

Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$.

2. Условию задачи удовлетворяет прямая $y = kx$, проходящая через центр окружности точку $E(6;4)$. Найдём угловой коэффициент прямой OE: $4 = 6k$, $k = \frac{2}{3}$.

3. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше углового коэффициента прямой OB, но меньше либо равен угловому коэффициенту прямой OA.

Найдём угловой коэффициент прямой OB как прямой, проходящей через точку $B(6;8)$: $8 = 6k$, $k = \frac{4}{3}$.

Найдём угловой коэффициент прямой OA как прямой, проходящей через точку $A(2;4)$: $4 = 2k$, $k = 2$.

Получаем $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

Ответ: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$, $k = \frac{2}{3}$, $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

626. Заметим, что $\angle AKC = 90^\circ$ как вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности. Тогда середина отрезка BC — точка D — является центром описанной окружности прямоугольного треугольника BKC (см. рис. 320).

Так как высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, то $CK = \sqrt{BK \cdot AK}$, то есть $BK = \frac{CK^2}{AK}$. При этом $CK = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ и, значит, $BK = \frac{12^2}{5} = 28{,}8$.

Тогда $BC = \sqrt{BK^2 + CK^2} = \sqrt{28{,}8^2 + 12^2} = 31{,}2$; $BD = \frac{BC}{2} = 15{,}6$.

Ответ: 15,6.

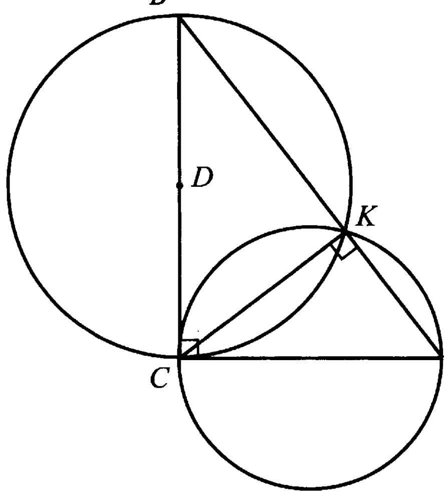


Рис. 320

636. Так как $\cos\angle MNP = \dfrac{NK}{MN}$, то $NK = MN\cos\angle MNP = \dfrac{1}{4}$ (см. рис. 321). Тогда $MK = \sqrt{MN^2 - NK^2} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{16}} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$;

$KP = \sqrt{MP^2 - MK^2} = \sqrt{15 - \dfrac{15}{16}} = \dfrac{15}{4}$; $NP = NK + KP = \dfrac{1}{4} + \dfrac{15}{4} = 4$.

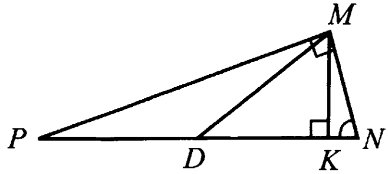


Рис. 321

Так как $MN^2 + MP^2 = NP^2$, то треугольник MNP — прямоугольный по теореме, обратной теореме Пифагора. Следовательно, $MD = \dfrac{NP}{2} = 2$.

Ответ: 2.

643. Пусть $AB = BC = x$, $BD = y$, $AD = 24$, $AC = 30$ (см. рис. 322).

Используя теорему Пифагора для треугольников ABD и ADC, получим систему уравнений

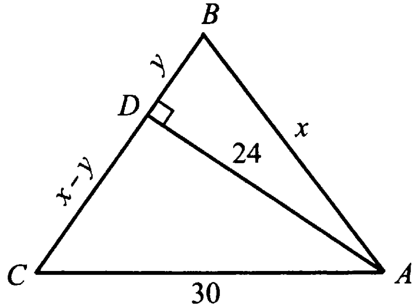


Рис. 322

$$\begin{cases} 24^2 + y^2 = x^2, \\ 24^2 + (x-y)^2 = 30^2. \end{cases}$$

Эта система имеет единственное решение $x = 25$, $y = 7$, удовлетворяющее условиям $x > 0$, $y > 0$.

Ответ: 25.

645. Пусть $AB = x$, $AC = y$ (см. рис. 323). Тогда из условия задачи следует совокупность систем уравнений:

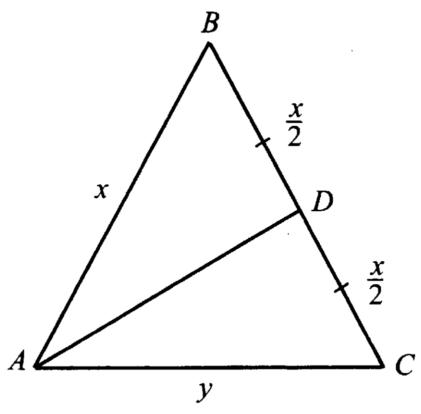


Рис. 323

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + \dfrac{x}{2} = 15, \\ y + \dfrac{x}{2} = 6; \end{cases} \\ \begin{cases} x + \dfrac{x}{2} = 6, \\ y + \dfrac{x}{2} = 15. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10, y = 1; \\ x = 4, y = 13. \end{array}\right.$$

Так как во втором случае не выполняется одно из неравенств треугольника $2x > y$, то $AB = 10$.

Ответ: 10.

647. Пусть $AB = KL = CD = x$, $AM = MB$ и $CN = ND$ (см. рис. 324). Тогда $\angle EAD = \angle BEA$ как накрест лежащие. Кроме того, AE — биссектриса $\angle BAD$. Следовательно, $\angle BAE = \angle BEA$, и $\triangle ABE$ — равнобедренный.

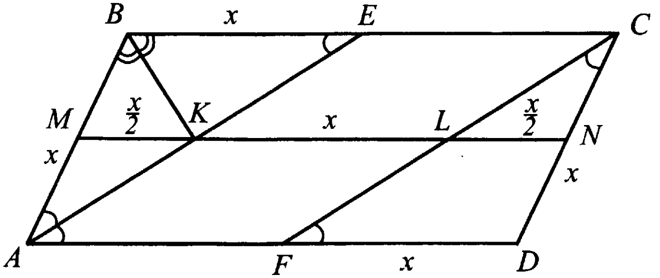


Рис. 324

Так как BK — биссектриса, проведённая к основанию равнобедренного треугольника ABE, то BK — медиана этого треугольника. Таким образом, MK — средняя линия $\triangle ABE$, то есть $MK = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}AB = \frac{x}{2}$ и $MK \parallel BC$. Аналогично доказывается то, что $LN = \frac{x}{2}$ и $LN \parallel AD$.

$AECF$ — параллелограмм, так как $AF \parallel EC$ и $AF = EC = BC - x$. Тогда $AKLF$ также параллелограмм, так как $AK \parallel FL$ и $AK = FL$. Следовательно, $KL \parallel AD$ и точки M, K, L и N лежат на одной прямой, причём $AD = MN = MK + KL + LN = \frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 2x$. Таким образом, $\frac{AD}{CD} = \frac{2x}{x} = 2$.

Ответ: 2.

659. Возможны два случая:

1) Центр описанной окружности находится внутри трапеции (см. рис. 325).

Тогда $AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + OK^2} = \sqrt{16 + 9} =$ $= 5 = R$ — радиус описанной окружности; $LO = \sqrt{BO^2 - BL^2} =$

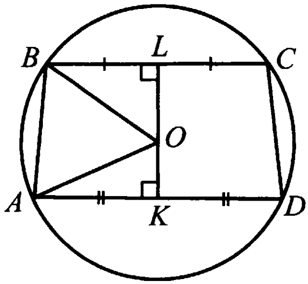


Рис. 325

$= \sqrt{R^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$. Высота трапеции $LK = LO + OK =$ $= 4 + 3 = 7$.

2) Центр описанной окружности находится вне трапеции (см. рис. 326).

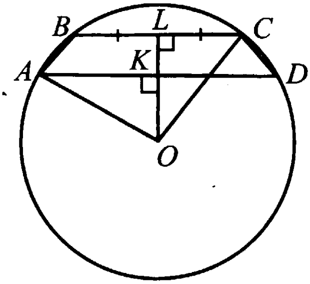


Рис. 326

Тогда $AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + OK^2} = \sqrt{16 + 9} =$ $= 5 = R$ — радиус описанной окружности; $LO = \sqrt{CO^2 - LC^2} =$ $= \sqrt{R^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$. Высота трапеции $LK = LO - OK =$ $= 4 - 3 = 1$.

Ответ: 1; 7.

662. Так как трапеция равнобочная, то вокруг неё можно описать окружность (см. рис. 327). Тогда $\angle BAC = \angle BDC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Следовательно, $\triangle AOD$ — равнобедренный ($\angle OAD = \angle ODA$, так как углы при основании равнобочной трапеции равны и $\angle BAC = \angle BDC$), и так как он прямоугольный, то $\angle OAD = 45°$. Но треугольник AOK также прямоугольный с острым углом в $45°$, следовательно, он равнобедренный, и $AK = OK$.

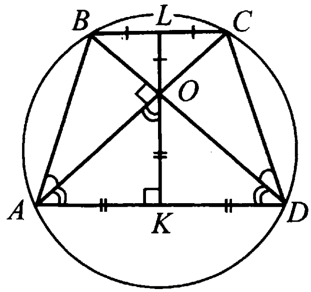


Рис. 327

Аналогично можно доказать, что $OL = BL$. Значит,
$KL = KO + OL = AK + BL = \frac{1}{2}(AD + BC) = MN = 4$, где MN — средняя линия трапеции.

Ответ: 4.

670. Так как $CM = MD$, то $MD = \frac{1}{2}CD = 12$ (см. рис. 328). Из треугольника OMD получим $OM = \sqrt{OD^2 - MD^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$. Из треугольника O_1MD получим $O_1M = \sqrt{O_1D^2 - MD^2} = \sqrt{400 - 144} = 16$.

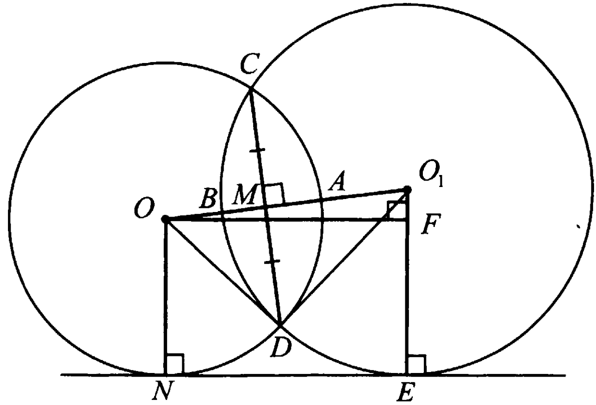


Рис. 328

Тогда $OO_1 = OM + O_1M = 5 + 16 = 21$; $O_1F = O_1E - ON = 20 - 13 = 7$. Из треугольника O_1OF получим $OF = \sqrt{OO_1^2 - O_1F^2} = \sqrt{21^2 - 7^2} = 14\sqrt{2}$.

Ответ: $14\sqrt{2}$.

Ответы к заданиям части 1 (начало)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. **1**	9,5	4	1	39	124	154	8	2	0,5	32	19	80	13	3	28	3,2	240	1	0, 4	6
Вар. **2**	0,5	2	2	−8	214	−567,6	−3	3	15	104	255	3,5	23	4	4	15	240	4	0,6	6,5
Вар. **3**	0,000 511	3	2	0,7	124	−2	−1,2	4	0,5	28	72	60	2	4	7	169 880	2,4	4	0, 5	6
Вар. **4**	12,94	4	4	4	2	2	32	1	84	40	54	92	24	2	65	1	260	1	0,83	0,3
Вар. **5**	−2	2	3	−1; 3,5	341	2	−27	4	70	4	24	0,8	34	2	30	470	1,2	2	0,48	17
Вар. **6**	−3	4	3	1; 0,75	214	50	−16	3	127	5	10	0,6	12	3	50	1300	3,2	2	0,88	12
Вар. **7**	3	2	1	−2; −0,5	213	11	2	3	30	3	28	0,8	34	1	4	356	18,75	3	0,2	9800
Вар. **8**	83	1	2	1; −2	412	7	1	4	70	50	16	0,8	24	2	5	481	1	4	0,2	13200
Вар. **9**	−3	2	4	−5; 8	314	60,5	−1	1	70	4	240	3	12	3	1020	1221	10	13	0,25	4
Вар. **10**	1	3	3	−11; 3	314	−35	−8	4	130	5	114	0,6	124	4	24	1600	7,5	14	0,8	2
Вар. **11**	2	2	2	−1; 5	413	90	9	4	64	50	62,4	1,125	13	4	8	1850	2,8	13	0, 25	10
Вар. **12**	−3	4	3	−8; 3	413	−7,75	−58	2	132	12	35	1	13	3	5	2233	2,24	14	0,36	9
Вар. **13**	3,4	3	4	−3	431	−11	1,2	4	40	55	640	3	14	3	4	6950	180	3	0,3	3500
Вар. **14**	0,8	3	4	4	324	29	−56	3	47	95	270	2,5	23	3	30	2860	220	3	0,24	16 000
Вар. **15**	0	3	2	−1,5; 5	321	−61	−19	3	56	130	45,5	0,5	13	2	8	16 000	3,5	14	0,89	19
Вар. **16**	−6,5	1	4	−1,5; 2	214	−43	−4,2	4	153	69	61,5	0,6	24	4	1	95	5	13	0,25	50

Ответы к заданиям части 1 (окончание)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. **17**	5	3	2	−6; 3	413	70	14	2	25	5,5	12	0,35	24	2	10	987	24	23	0,4375	84
Вар. **18**	7	2	3	−4; 5	324	−32	30	2	63	3,5	15	0,4	1	3	20	1440	72	134	0, 36	240
Вар. **19**	28 730	3	2	−2; 2,5	312	26,25	1007,4	3	160	24	41	30	12	2	37,2	44	3	24	0,608	400
Вар. **20**	0,0752	3	3	−1; 3,5	412	−21	2,88	2	150	8	198	40	123	3	60	210	6,9	3	0,06	250
Вар. **21**	1	−20	22	1,75	4	42	1	4	117	$4\sqrt{3}$	88	0,6	3	642Ж	0,3	20	24	4	0, 1	12
Вар. **22**	−3	−9	2	0,8	1	−0,125	1	2	160	$6\sqrt{3}$	80	0,8	24	6354	3,2	3000	12	1	0,2	6
Вар. **23**	2	2	2	5; 8	312	−23	3	4	40	6	24	2	12	2	2	780	4,8	234	0,36	4
Вар. **24**	18	1	2	−8; 6	214	−18	3	3	6	40	30	1	23	2	3	840	15	12	0,4	8
Вар. **25**	231	3	2	6; −5	2	8	2	3	20	3	22	0,6	12	124 528	2	19	10	2	0,17	100
Вар. **26**	231	4	2	−6; 5	1	8	2	1	70	50	20	$\frac{5}{3}$	2	26 299	10	44	21	34	0,17	12
Вар. **27**	2,8	1	1	2	341	122	8	3	7	15	69	0,8	3	2	4	2850	11	1	0,2	7
Вар. **28**	0,4	4	1	4	431	160	−5	3	180	45	87,5	0,75	1	4	5	936	2,8	1	0,1	67 500
Вар. **29**	5,5	1	2	17	432	96	12	2	6	25	28	0,28	13	3	1,75	1302	15	4	0,4	0,94
Вар. **30**	38,25	4	3	−2	324	−91	−5	1	16	50	8	2,4	13	2	22,5	2208	2,5	2	0,5	0,62

Ответы к заданиям части 2 (начало)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. **1**	$(-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$	50 км	$0; \pm 9$	16		40,5
Вар. **2**	$-5; -1; 1$	6,4	$[-9; -4] \cup [0; +\infty)$	30		10,5
Вар. **3**	$(1; 4)$	512 кг	$m = 1$ и $m = 2$	36		13,2
Вар. **4**	$(1; 2), (-5; 2)$	50	$m = -2, m = 2$	$76°, 56°, 48°$		3
Вар. **5**	64	41	$(-\infty; -9] \cup [2; +\infty)$	9		7
Вар. **6**	3400	26	$(-\infty; -16] \cup (3; +\infty)$	6		$4\frac{2}{3}$
Вар. **7**	$x = 1{,}5, y = 3$	10	$[-20; 0] \cup (4; 16)$	0,61		72
Вар. **8**	$x = 3, y = 3$	14	1	0,44		192
Вар. **9**	0,008	25	$-25; -16; 24$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$		2 : 5
Вар. **10**	24,5	180	$-9; 40; -8$	$8\sqrt{3}$		1 : 1
Вар. **11**	28	18 км	$-6{,}25; -6; 24$	$40°$		8
Вар. **12**	135	22,5 км	$-2{,}25; -2; 4$	7,5		162
Вар. **13**	$(4; 10), (-\frac{8}{3}; \frac{10}{9})$	3 л	$[-1; 1] \cup \{-2; 2\}$	$17°$		20
Вар. **14**	$(9; 2), (\frac{17}{9}; -\frac{10}{3})$	9 кг	$\{-1\} \cup [3; +\infty)$	$14°$		9
Вар. **15**	$[1; 7]$	48 км/ч	$b = 2{,}25;\ (-1{,}5; 3{,}75)$	3,36 см		21
Вар. **16**	$[0{,}5; 2]$	20 км/ч	$a = 4;\ (-2; -6)$	$4\frac{8}{13}$		15

Ответы к заданиям части 2 (окончание)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. **17**	$(1;0),(5;-2)$	10	$a=0{,}25;\ (0{,}5;1{,}75)$	0,5		24
Вар. **18**	$(1{,}125;-0{,}75),(3;3)$	13	$a=3{,}25;\ (-2{,}5;0{,}75)$	6,5		$\frac{17\sqrt{2}}{2}$
Вар. **19**	3	720	$(-\infty;-13)\cup\{0\}\cup(1;3)$	150°		$2\sqrt{3}-3$
Вар. **20**	36	240	$[-2;0)\cup[2;+\infty)$	10,8		$3\sqrt{3}$
Вар. **21**	1,4	4	$\{-9;-8;40\}$	9,6 см		10
Вар. **22**	18	3000	$\{12\}$	$\frac{60}{7}$ см		5 см
Вар. **23**	135	1,5	2	2		16, 4, 10, 10
Вар. **24**	$\frac{2}{3}$	12	$\{4\}\cup(0;3)$	12		12
Вар. **25**	$\frac{1}{\sqrt{6}}-1$	3	$b<-1;\ b>1$	40		$\frac{8}{3}$
Вар. **26**	$3\sqrt{3}-2\sqrt{2}$	18	$0\leqslant a<2,\ a>2$	13		2
Вар. **27**	2,25	25	$-2{,}25;\ -2;\ 4$	60		16
Вар. **28**	0,75	10	$-6{,}25$	56		11,5
Вар. **29**	2	1 : 3	$(-1;1]$	68		32
Вар. **30**	2	20	$C=-1,\ C=0$	8		$8\sqrt{3}$

Ответы к сборнику задач (глава II)

1. 162. **2.** 57,8. **3.** 192. **4.** Во втором. **5.** В первой библиотеке. **6.** Хомячков осталось поровну. **7.** 100. **8.** Рыб стало поровну. **9.** В первом коробке. **10.** *В*. **11.** 180. **12.** Блондинок. **13.** 25. **14.** 14. **15.** 3,8. **16.** 25. **17.** 75. **18.** 4800. **19.** 690 руб. **20.** Вторая. **21.** Количество клиентов в обоих филиалах осталось одинаковым. **22.** $\frac{3(x-1)}{x-3}$. **23.** $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. **24.** $-\frac{1}{x+9y}$. **25.** $\frac{1}{6x+y}$. **26.** 5. **27.** $\frac{12}{a}$. **28.** -1. **29.** 0. **30.** -1. **31.** $x^2+ax^2+4a^2+3a$. **32.** $-\frac{a+b}{2}$. **33.** $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. **34.** $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. **35.** $\frac{2ab}{a^2+b}$. **36.** 3. **37.** 1. **38.** 1. **39.** $2(a+b)$. **40.** $a+b$. **41.** b. **42.** $\frac{a-3}{2a}$. **43.** $\frac{x-4}{x+4}$. **44.** $1-x$. **45.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$. **46.** $\frac{24}{5b-4a}$. **47.** $\frac{1}{x+2}$. **48.** 1. **49.** $2\sqrt{3}$. **50.** $2m$. **51.** $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$. **52.** 1. **53.** 1. **54.** $b+1$. **55.** $\frac{1}{x-1}$. **56.** 27. **57.** 100. **58.** 10^{n+1}. **59.** 9^{n+2}. **60.** $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. **61.** 1. **62.** 4. **63.** $4\sqrt{3}$. **64.** 3 и 4. **65.** 7. **66.** $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$. **67.** $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. **68.** $\frac{b-5}{a-3}$. **69.** $\frac{2m-3}{n+1}$. **70.** $\frac{b+7}{3a+1}$. **71.** $\frac{b-4}{4a-3}$. **72.** $\frac{1}{2-n}$. **73.** 0,2. **74.** $-\frac{a+1}{2a}$. **75.** $\frac{2}{b^2(b-1)}$. **76.** $\frac{3k}{k-1}$. **77.** $\frac{1}{t-2}$. **78.** 0. **79.** 1. **80.** -5. **81.** $\frac{2-m}{2+m}$. **82.** 0. **83.** 0. **84.** $\frac{1}{a+b}$. **85.** $\frac{a}{3b}$. **87.** $\frac{(a+b)^2}{a}$. **88.** -1. **89.** -1. **90.** $\frac{x}{x-4}$. **91.** $\frac{x-2}{x}$. **92.** $\frac{a}{a-3}$. **93.** $\frac{3}{b-4}$. **94.** -5. **95.** $\frac{7}{m-1}$. **96.** $n(n+1)(m-1)$. **97.** $\frac{3x-2}{x-3}$. **98.** $(x+y)(x-2y)$. **99.** $(x-y)(x+3y)$. **100.** 0; $x_1=0{,}5$; $y_1=-2$; $x_2=-4$; $y_2=-11$. **101.** -5; $x=-0{,}5$; $y=2{,}5$. **102.** 3; $x=2$; $y=1{,}8$. **103.** $(2;1)$. **104.** $(2;1)$. **105.** 2; 9. **106.** 4; -3. **107.** 3. **108.** $x=0$. **109.** $x_1=0$, $x_2=2{,}5$. **110.** 0; 2; -2; $-1{,}5$. **111.** 0; $-1{,}5$; $\pm\sqrt{3}$. **112.** $x_1=3$, $x_2=4$. **113.** $x_1=-1$, $x_2=-\frac{3}{5}$, $x_3=1$. **114.** $x=-1$. **115.** $x_1=-2$, $x_2=-1$. **116.** $\pm\sqrt{2}$. **117.** $\pm\sqrt{2}$; ±2; $\pm2\sqrt{2}$. **120.** $x=4$. **121.** $x=1$. **122.** $(3;1)$, $(9;13)$. **123.** $(-3;5)$, $(5;-7)$. **124.** -1; 1. **125.** $(2;4)$; $(6;12)$. **126.** -2; 2. **127.** $(0;3)$; $(-3;0)$. **128.** 2; 4. **129.** -1 и -3. **130.** ±1; ±3. **131.** ±2. **132.** $(-1;1)$; $(-2;2)$. **133.** $(2;-4)$;

(4; −8). **134.** Нет. **135.** Нет. **136.** Да. **137.** 2. **138.** 3. **139.** (2; −3), $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. **140.** (−5; 2), (2; 5). **141.** (1; 1), (−1; −1). **142.** (2; 1), (−2; −1). **143.** (0,4; 2). **144.** (0,6; −1,4); (0,4; −1,6). **145.** (0; −3), (4; 5). **146.** (3; 4), (4; 3), (−3; −4), (−4; −3). **147.** (2; 4), (−3; 9). **148.** (4; 10). **149.** 6; 54. **150.** $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. **151.** $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. **152.** $x = 5$, $y = -7$. **153.** $x = 12$, $y = -2$. **154.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. **155.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. **156.** (130,5; 56,5). **157.** (−2; 3). **158.** (0; −2), (−2; 2). **159.** (0; 0), (0; 1), (1; 0), (1; 1). **160.** (3; 2), (3; −2), $(4; \sqrt{3}), (4; -\sqrt{3})$. **161.** $x \geqslant 0, y \geqslant 0$. **162.** (5; 4). **163.** (2; 1). **164.** (5; 1). **165.** (2,5; −0,5). **166.** (2; −5), (3; −4). **167.** (0,25; 4,75), (2; 3). **168.** (2; 1), (4,5; −1,5). **169.** (−4; 1). **170.** $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. **171.** $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. **172.** (−9; 13), (−1; −3), (1; 3), (9; −13). **173.** (−7; −1), (−1; 5), (1; −5), (7; 1). **174.** (−3; −1), (3; 1), $(2\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(-2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. **175.** (2; −2), (−2; 2). **176.** (2; −2), $\left(\frac{2}{3}; -6\right)$. **177.** (9; 0,5), (1; 4,5). **178.** (6; 3), (3; 6). **179.** (−1; 4).

180. $\left(2; \frac{1}{2}\right)$, $\left(2; -\frac{1}{3}\right)$, (−4; −1). **181.** (3; 2); (−3; −2).

182. $(-\infty; -3) \cup \{-0{,}5\}$. **183.** $(-\infty; -1) \cup \{0{,}5\}$. **184.** $(-\infty; -5] \cup \{4\}$. **185.** $\left(-1; -\frac{2}{3}\right]$. **186.** $\left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup$ $\cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$. **187.** $(-2; -1) \cup (1; 2)$. **188.** $[1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}]$.

189. $\left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **190.** $[-2; 0)$. **191.** $(0; 4]$. **192.** $\left(\frac{12}{5}; 18\right)$. **193.** $(-\infty; 0)$. **194.** $\left(-\infty; -1\right) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7}; 1\right) \cup \left(1; +\infty\right)$. **195.** $\left(-\infty; -2{,}5\right) \cup \left(-2{,}5; -\frac{1}{3}\right] \cup (7; +\infty)$. **196.** $(-\infty; -5) \cup (-5; -3] \cup$ $\cup\ [7; +\infty)$. **197.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **198.** $\left(-\infty; \frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3}; +\infty\right)$. **199.** $[-3; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; 4]$. **200.** $[6; 7) \cup (7; +\infty)$. **201.** $[-\sqrt{7}; -\sqrt[3]{5}) \cup$ $\cup\ (-\sqrt[3]{5}; 2]$. **202.** (−7; 2,5). **203.** $\left[-2\frac{2}{3}; 2\right]$. **204.** $[-5; 0) \cup \left(0; \frac{4}{3}\right]$.

205. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$. **206.** $\{-3\} \cup [1{,}5; 4]$. **207.** $\{-1\} \cup (-0{,}25; 3) \cup \{5\}$. **208.** (1; 5), (2; 5), (0; 6), (1; 6), (2, 6). **209.** (2; −2), (2; −1), (2; 0), (3; −1), (3; 0), (4; 0).

210. $0; 1; 2$. **211.** $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$. **212.** $\{2\}$. **213.** $\{6\}$. **214.** $\{7\}$. **215.** $\{3\}$. **216.** $\{-1; 3\}$. **217.** $\{4\}$. **218.** $\{1\}$. **219.** $\{2\}$. **220.** $\{-1 + \sqrt{2}\}$. **221.** $\{-1-\sqrt{5}\}$. **222.** $(-\infty; 1 - \sqrt{3}] \cup [1 + \sqrt{3}; +\infty)$. **223.** $(-\infty; 3 - 3\sqrt{2}] \cup \cup \{3\} \cup [3 + 3\sqrt{2}; +\infty)$. **224.** $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. **225.** $(-1; 0)$. **226.** $[1; 2] \cup [3; 4]$. **227.** $[1; 3] \cup [5; 6]$. **228.** $[-1; 2] \cup [3; 4]$. **229.** $[-5{,}5; -5] \cup [-4; -2] \cup [-1; 1]$. **230.** $\{-1; 5\}$. **231.** $\{1\}$. **232.** $(-\infty; -5] \cup \{-2; 2\} \cup [3; +\infty)$. **233.** $\{-3; 3\} \cup \cup [-2; 1]$. **234.** $-12 \leqslant x \leqslant \frac{4}{3}$. **235.** $-4 \leqslant x \leqslant \frac{4}{3}$. **236.** $0{,}75 \leqslant x \leqslant 3$. **237.** $(-\infty; -1{,}75] \cup [2; +\infty)$. **238.** 5. **239.** 7. **240.** $[1{,}5; 2) \cup (2; 5]$. **241.** $-6 \leqslant x < -4, -4 < x < 4$. **242.** $-4 \leqslant x < -3, -3 < x < 3$. **243.** 0,9. **244.** −0,6. **245.** −0,3. **246.** 5 ч. **247.** 11. **248.** 2436. **249.** 2600. **250.** 145 км/ч. **251.** 10 дней. **252.** 9646. **253.** 8910. **254.** 2436. **255.** 11109. **256.** 15. **257.** 0. **258.** $\{4, 9, 14\}$ и $\{13, 9, 5\}$. **259.** $\{1, 4, 7\}$ и $\{17, 4, -9\}$. **260.** $\{11, 5, -1\}$ и $\{2, 5, 8\}$. **261.** $\{3, 10, 17\}$ и $\{12, 10, 8\}$. **262.** 3. **263.** 4,5. **264.** 7. **265.** 17. **266.** Да. **267.** Нет. **268.** Нет. **269.** 18; 8; −2. **270.** 10; 6; 2. **271.** Нет. **272.** Нет. **273.** Да. **274.** Нет. **275.** 0; 12. **276.** Да. **277.** 10. **278.** 8. **279.** 5241. **280.** 2,25. **281.** 0. **282.** 754. **283.** 3185. **284.** 1925. **285.** 2525. **286.** 20. **287.** 8. **288.** 0,9. **289.** 11520. **290.** 3953. **291.** 1560. **292.** $-10\frac{2}{3}$. **293.** $b_8 = \frac{1}{9}$. **294.** $b_8 = -384$.

295. 3069. **296.** 81. **297.** $a = 32$; $b = 2$. **298.** $\frac{1}{3}$. **299.** $\frac{5-\sqrt{23}}{2}$. **300.** $3 + \sqrt{6}$. **301.** $2 + \sqrt{\frac{10}{3}}$. **302.** 3; 6; 9. **303.** 16; 11; 6. **304.** $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$. **305.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **306.** 2. **307.** 1. **308.** −2. **309.** $-\frac{1}{2}$. **310.** 1. **311.** 2. **312.** 9. **313.** 4; 8; 16. **314.** 12; 6; 3. **315.** $5 + 2\sqrt{5}$. **316.** $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$. **317.** Нет. **318.** Да. **319.** Да. **320.** 16. **321.** 27. **322.** −14. **323.** −20. **324.** Да. **325.** Да. **326.** 6. **327.** 64. **334.** Прямая $y = x - 1$ без точки $(3; 2)$. **335.** Гипербола $y = \frac{1}{x}$ без точки $\left(4; \frac{1}{4}\right)$.

336. $y = \begin{cases} 6 - 2x, \text{ если } x < 1{,}5; \\ 2x, \text{ если } 1{,}5 \leqslant x < 3; \\ 4x - 6, \text{ если } x \geqslant 3. \end{cases}$

337. $y = \begin{cases} -10x - 5, \text{ если } x < -1{,}75; \\ 9 - 2x, \text{ если } -1{,}75 \leqslant x < 2; \\ 5, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$

338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек $(2; 1)$ и $(4; -3)$. **339.** Парабола $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек $(2; 2)$ и $(3; 2)$. **340.** $a = 3, b = 6, c = -2$.

341. $a=\frac{2}{9}$, $b=-\frac{8}{9}$, $c=-\frac{10}{9}$. **342.** $(-4;\ 15)$. **343.** $\left(-\frac{3}{2};4\right)$.

344. $(1{,}5;5)$. **345.** $(1;5)$. **346.** $(3;14)$. **347.** $(7;58)$. **348.** $(2;7)$. **349.** $(1;-13)$. **350.** $y=x^2-x+1$. **351.** $y=-x^2+x+1$.

352. $\left(\frac{-1-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4};\frac{3+\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}\right)$. **353.** $\left(\frac{\sqrt{5}-3}{4};\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)$.

354. $\left(-\frac{3}{4};-\frac{41}{8}\right)$. **355.** $(-2;0),(1;0),(2;0),(0;4)$. **356.** $(-2;0)$, $(-1;0)$, $(1;0)$, $(0;2)$. **357.** 1) $(-0{,}5;4),(-0{,}5;-4)$; 2) $(-0{,}375;4{,}25)$, $(-0{,}375;-4{,}25)$. **358.** 1) $\left(-\frac{1}{6};6\right),\left(\frac{1}{6};6\right)$; 2) $\left(-\frac{5}{3};-5\right),\left(\frac{5}{3};-5\right)$.

359. $A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2};\frac{13}{4}\right),B\left(-\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2};0\right),C\left(\frac{\sqrt{10}}{2};-3\right)$. **361.** $(\sqrt{2};0)$, $(-\sqrt{2};0)$. **362.** $(2;0)$, $(-2;0)$. **363.** $(4+\sqrt{14};0)$, $(4-\sqrt{14};0)$. **364.** $(6+\sqrt{33};0)$, $(6-\sqrt{33};0)$. **365.** $y=32$. **366.** $y=-12$.

367. $y=\frac{1}{2}(x+1)$. **368.** $y=-\frac{1}{2}(x+1)$. **369.** $(0;0),(8;0),(0;6)$.

370. $(1;0),(3;0),(0;1),(0;3)$. **371.** $(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$. **372.** $(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$. **373.** $(0;-16)$. **374.** $(0;30)$. **375.** $-1\leqslant x\leqslant 1{,}5$. **376.** $0\leqslant x\leqslant 2$. **377.** $-2<x<6$. **378.** $-15\leqslant x\leqslant 9$. **379.** $-7<y<7$. **380.** $-1<y<7$. **381.** $4\leqslant x\leqslant 5$. **382.** $0<x<2$. **383.** $1\leqslant x\leqslant 4$. **384.** $-13<x<-8$. **385.** $0\leqslant x\leqslant 2$. **386.** $-4\leqslant x\leqslant 0$. **387.** $-\frac{7}{9}\leqslant y<\frac{1}{3}$.

388. $0<x\leqslant\frac{10}{11}$. **389.** $x\geqslant -5$. **390.** $x\geqslant -7$. **391.** $-5\leqslant x\leqslant 2$. **392.** $-3\leqslant x\leqslant 6$. **393.** $0\leqslant x\leqslant 7$. **394.** $0\leqslant x\leqslant 5$. **395.** 2. **396.** 3.

397. $\left(-\infty;\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{2}\right]\cup\left[0;\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{2}\right]$.

398. $[-\sqrt{7};-2)\cup(-2;-1)\cup(-1;0]\cup[\sqrt{7};+\infty)$. **399.** $[11;+\infty)$. **400.** $[4;+\infty)$. **401.** $[2;2{,}5)\cup(2{,}5;5]$. **402.** 2. **403.** 1. **404.** 5. **405.** -1. **406.** $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$. **407.** $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$. **408.** $-12{,}25$.

409. $2\frac{2}{3}$. **410.** $\frac{3}{4}$. **411.** $[3;+\infty)$. **412.** $-4\leqslant x\leqslant 2$. **413.** 24,2 м. **414.** 9 кг.

415. $v_1=30$ км/ч; $v_2=25$ км/ч. **416.** 600 км. **417.** 24 км/ч, 32 км/ч. **418.** 90; 130. **419.** 10 деталей в час. **420.** 60 км/ч. **421.** 80 км/ч. **422.** 20. **423.** 30. **424.** 8 ч. **425.** 9 дней. **426.** за $1\frac{29}{31}$ ч. **427.** 1 ч. **428.** $\frac{840}{137}$ мин.

429. $\frac{600}{47}$ часа. **430.** 100 км/ч. **431.** 500 км. **432.** 20. **433.** 36. **434.** 45. **435.** 40. **436.** 15. **437.** 8,25. **438.** 10 км/ч. **439.** 5 км/ч. **440.** 10 кг; 25 кг.

441. 120 г. **442.** 5,25 ч. **443.** 2 ч. **444.** 12 км/ч, 4 км/ч. **445.** 1 : 3. **446.** 3 : 1. **447.** 15 км/ч. **448.** 30 мин, 45 мин. **449.** Медь — 75%, цинк — 25%. **450.** 2400. **451.** 5. **452.** 40 км/ч, 50 км/ч. **453.** 10 ч, 6 ч.
454. 80 км/ч. **455.** 24; 40. **456.** 9 ч, 18 ч. **457.** 60 км/ч, 75 км/ч. **458.** 120. **459.** 3. **460.** 2,5. **461.** 72 км/ч. **462.** 70 км/ч. **463.** 100, 60. **464.** 120, 48. **465.** 180 км. **466.** 36 км/ч, 48 км/ч. **467.** 72 км/ч, 60 км/ч. **468.** 75 км/ч, 60 км/ч. **469.** 4 кг. **470.** 96 км. **471.** $\frac{7}{3}$. **472.** 4 км/ч. **473.** 10 ч, 15 ч.
474. 12 ч, 24 ч. **475.** 28 ч, 21 ч. **476.** 12. **477.** 2,4 км. **478.** 2,4. **479.** 100.
480. 12. **481.** 60 км/ч. **482.** 90 км/ч. **483.** 35. **484.** 10. **485.** 20 и 30.
486. 30 и 25. **487.** 1 : 2. **488.** 3 : 1. **489.** 3 : 7. **490.** 3 : 4. **491.** 2.
492. 7. **493.** 1,5. **494.** 24. **495.** 2,4. **496.** 8. **497.** 80 и 12. **498.** 5 и 20. **499.** 8 и 4. **500.** 30 и 60. **501.** 800. **502.** 75. **503.** 4. **504.** 6,3. **505.** 10. **506.** $\frac{10}{3}$. **507.** 24 и 40. **508.** $2\frac{2}{3}$. **509.** 3. **510.** 4. **511.** 21. **512.** 21.
513. 2. **514.** 6. **515.** 12, 8 и 24 месяца. **516.** 4, 6 и 12 месяцев. **517.** $\frac{40}{9}$. **518.** 10.
519. 4 : 3. **520.** 5 : 4. **521.** 8 и 10 дней. **522.** 15 и 12 дней.
523. 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. **524.** 4 при $0 < a < 9$; 3 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. **525.** $(0{,}5; 3)$. **526.** $(-1; -0{,}5)$. **527.** $-6; 6$. **528.** $-14; 14$. **529.** ± 15. **530.** ± 7. **531.** $(-4; 2)$. **532.** $(-5; -1)$. **533.** $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$. **534.** $\left(1; \frac{9}{8}\right)$. **537.** $k = 4, a = 1$. **538.** $k = 0, b = -4$. **539.** $(-\infty; -2{,}8] \cup$ $\cup (-2{,}5; -2) \cup (2; +\infty)$. **540.** $(-1; 0) \cup (0; 9)$. **541.** 11,5. **542.** 32850. **543.** 35392. **544.** 72. **545.** 0,5, 3,5. **546.** $(-3; 3)$. **547.** $-1; 0; 1; 2; 3$.
548. $a \in Z$. **549.** $0; 1; -\frac{1}{3}$. **550.** $0; 1; -\frac{1}{3}$. **551.** $-10; 6$. **552.** $-15; 9$.
553. $a \in (2; 4)$. **554.** $a \in \left(\frac{11}{9}; +\infty\right)$. **555.** $m \in (-1{,}75; 0)$. **556.** 3.
557. 5; 6. **558.** $-4{,}5 < a < 0{,}75$. **559.** $-0{,}4 < a < \frac{1}{3}$. **560.** 1.
561. $y = -0{,}5x + 2{,}5$; $y = 2x - 5$. **562.** 0; 1. **563.** $a \in (-6; +\infty)$.
564. $-1; 3$. **565.** $a \in (-\infty; -0{,}5)$. **566.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 5)$; 3 при $a = 5$; 2 при $a > 5$. **567.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 4)$; 3 при $a = 4$; 2 при $a > 4$. **568.** $0; 1$. **569.** $0; 1$. **570.** $(-\infty; -3)$. **571.** $(0; 3)$. **572.** $(2; +\infty)$. **573.** $(-\infty; -4)$. **574.** 7; -4. **575.** 2; -5. **576.** $b = 4$; $c = 4$. **577.** $b = -6$; $c = 11$. **578.** $(-6; -2]$. **579.** $[3; +\infty)$. **580.** $m \in (-2; -1) \cup \{0\}$.
581. $m \in (0; 1) \cup (2; 4)$. **582.** $\{-2\} \cup (4; +\infty)$. **583.** $(-1; 0)$. **584.** -1. **585.** -6, 2. **586.** $0 \leqslant k < 1$. **587.** $-2 \leqslant k < 0$. **588.** -10. **589.** -2. **590.** $k > 9$. **591.** $k > 2$. **592.** $0 < k < 11$. **593.** $0 < k < 18$.

594. $3{,}5 < a \leqslant 4$. **595.** $4 < a \leqslant 4{,}5$. **596.** $-\frac{9}{8} \leqslant c < 0$. **597.** $p > \frac{4}{3}$.
598. $p < 12$, $p > 14$. **599.** $-7 < k < 0$. **600.** -1. **601.** $b = 8$; $c = 23$.
602. $k < -1$. **603.** $-1 < k \leqslant 0$. **604.** $-6 < a < 3$. **605.** $-4 < k < 6$.
606. $1 < k < 3$. **607.** $-3 < k < 2$. **608.** $(1; 2)$. **609.** $-6 \leqslant a < 2$.
610. $-2 < a \leqslant 6$. **611.** $-\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$. **612.** $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$. **613.** $a > 1$.
614. $a < -6$. **615.** $k \in \{-4\} \cup \left[-\frac{12}{5}; -\frac{8}{3}\right]$. **616.** $k \in [-1; 3]$.
617. $k \in (0{,}5; 2)$. **618.** $(0;\ 0{,}5] \cup [1;\ 3)$. **619.** $(-\infty; -2] \cup \{-1\}$.
620. $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$; $k = \frac{2}{3}$; $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$. **621.** $\frac{2}{3} \leqslant k < \frac{6}{7}$; $\frac{6}{7} < k \leqslant 2$. **623.** 8. **624.** 2,4.
626. 15,6. **628.** 10. **629.** 1,5. **631.** 0,25. **632.** 1,5. **634.** 12.
635. 2. **636.** 2. **637.** 30. **638.** 20. **639.** 3. **641.** 10. **643.** 25. **645.** 10.
646. $\frac{125}{12}$. **647.** 2. **649.** $2\sqrt{7}$. **650.** 1. **651.** 14. **653.** 14. **655.** 30. **656.** 66. **659.** 1; 7.
661. 6. **662.** 4. **663.** 8. **664.** 40. **665.** 20. **666.** 2. **667.** $2\sqrt{3} + 4$. **670.** $14\sqrt{2}$. **671.** 21,25.
672. 8. **673.** 3. **674.** 0,75. **675.** 49. **676.** 6. **677.** 17.

Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5–9 классы). Приказ Минобрнауки РФ №1897 от 17.12.2010.
2. Государственная итоговая аттестация учащихся 9 класса: принципы и особенности организации. Сборник нормативно-правовых и инструктивно-методических материалов / Сост. Л. О. Рослова. — М.: Просвещение, 2005.
3. Кодификатор требований к уровню подготовки обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования, для проведения государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике [Электронный ресурс]. — Москва: ФИПИ, 2013. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
4. Кодификатор элементов содержания для проведения в 2014 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике [Электронный ресурс]. — Москва: ФИПИ, 2013. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
5. Демонстрационный вариант экзаменационной работы для проведения в 2014 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования [Электронный ресурс]. — Москва: ФИПИ, 2013. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
6. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2014 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования [Электронный ресурс]. — Москва: ФИПИ, 2013. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
7. *Дорофеев В. Г. и др.* Оценка качества подготовки выпускников основной школы по математике. — М.: Дрофа, 2000.
8. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2013.
9. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014. Учебно-тренировочные тесты по новому плану ГИА: алгебра, геометрия, реальная математика / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. —Ростов-на-Дону: Легион, 2014.

ГИА-9

Учебное издание

Безуглова Галина Сергеевна, **Войта** Елена Александровна,
Дрёмов Виктор Александрович, **Казьмин** Игорь Александрович,
Ковалевская Александра Сергеевна, **Коннова** Елена Генриевна,
Нужа Галина Леонтьевна, **Ольховая** Людмила Сергеевна,
Опрышко Галина Григорьевна, **Резникова** Нина Михайловна,
Сапожников Олег Витальевич, **Фридман** Елена Михайловна,
Ханин Дмитрий Игоревич

МАТЕМАТИКА. 9 КЛАСС
ПОДГОТОВКА К ГИА-2015

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка *В. Кириченко*
Компьютерная верстка *С. Иванов*
Корректоры *Н. Пимонова*

Подписано в печать с оригинал-макета 11.09.2014.
Формат 60x84 $/_{16}$. Печать офсетная. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 18,6.
Доп. тираж 40 000 экз. Заказ № 4766

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009, зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344082, г. Ростов-на-Дону, ул. Согласия, 7.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д.1
Сайт: www.chpd.ru, E-mail: sales@chpd.ru, т/ф. 8(496)726-54-10

ИЗДАТЕЛЬСТВО

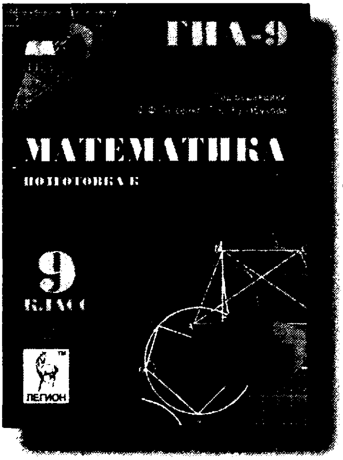
ЛЕГИОН

Рекомендует

Подготовка к ГИА

МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ГИА-2015

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова



В настоящее время государственная итоговая аттестация в новой форме проводится **во всех регионах России**, поэтому предлагаемое пособие будет полезным для выпускников 9-х классов, а также для учителей, осуществляющих подготовку к ГИА.

Пособие включает **30 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по актуальной спецификации государственной итоговой аттестации за курс основной школы, и **сборник, содержащий около 700 задач**, которые иллюстрируют основные идеи контрольно-измерительных материалов по математике прошлых лет. К одному варианту тестов и к некоторым задачам сборника приведены решения, ко всем тестам и задачам — **ответы**.

Книга является частью **учебно-методического комплекса "Математика. Подготовка к ГИА"**, включающего такие книги, как "Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014", "Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2014", "Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014. Учебно-тренировочные тесты" и др.