

Прототипы задания 21

(№ 324468) Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

(№ 324469) Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

(№ 324470) Решите уравнение $(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$.

(№ 324471) Решите неравенство $\frac{12}{x^2 - 7x - 8} \leq 0$.

(№ 324472) Решите неравенство $\frac{-12}{x^2 - 7x - 8} \leq 0$.

(№ 324473) Решите неравенство $\frac{-12}{(x-1)^2 - 2} \geq 0$.

(№ 324474) Решите неравенство $(x - 4)^2 < \sqrt{3}(x - 4)$.

(№ 324475) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2-x}{2+(3-x)^2} \geq 0, \\ 6-9x \leq 31-4x \end{cases}$$

(№ 324476) Решите неравенство $(3x - 7)^2 \geq (7x - 3)^2$.

(№ 324477) Решите неравенство $x^2(-x^2 - 9) \leq 9(-x^2 - 9)$.

(№ 324478) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 7(3x+2) - 3(7x+2) > 2x, \\ (x-4)(x+8) < 0. \end{cases}$$

(№ 324479) Найдите значение выражения $(a^3 - 16a) \cdot \left(\frac{1}{a+4} - \frac{1}{a-4} \right)$ при $a = -45$.

(№ 324480) Найдите значение выражения $\frac{4x-9y}{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}} - \sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$.

(№ 324481) Сократите дробь $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.

(№ 324482) Найдите значение выражения $\frac{p(a)}{p(6-a)}$, если $p(b) = \frac{b(6-b)}{b-3}$.

(№ 324483) Найдите значение выражения $\frac{p(a)}{p\left(\frac{1}{a}\right)}$, если

$$p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right).$$

(№ 324484) Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9$.

(№ 324485) Найдите $f(3)$, если $f(x-1) = 7^{6-x}$.

(№ 324486) Решите уравнение $(x+7)^3 = 49(x+7)$.

(№ 324487) Решите уравнение $x^3 = 4x^2 + 5x$.

(№ 324489) Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$.

(№ 324490) Решите уравнение $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$.

(№ 324491) Решите уравнение $(x-2)(x-3)(x-4) = (x-2)(x-3)(x-5)$.

(№ 324492) Решите уравнение $(2x-3)^2(x-3) = (2x-3)(x-3)^2$.

(№ 324493) Решите уравнение $x^4 = (x-20)^2$.

(№ 324494) Решите уравнение $x^6 = (x-5)^3$.

(№ 324495) Решите уравнение $\frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1$.

(№ 324496) Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.

(№ 324497) Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$.

(№ 324498) Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$

(№ 324499) Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$

(№ 324500) Решите систему уравнений $\begin{cases} (x + 6y)^2 = 7y, \\ (x + 6y)^2 = 7x. \end{cases}$

(№ 324501) Решите систему уравнений $\begin{cases} (2x + 3)^2 = 5y, \\ (3x + 2)^2 = 5y. \end{cases}$

(№ 324502) Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$

(№ 324503) Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 = 4y + 1, \\ x^2 + 3 = 4y + y^2. \end{cases}$

(№ 324504) Решите систему уравнений $\begin{cases} (x - 6)(y - 7) = 0, \\ \frac{y - 4}{x + y - 10} = 3. \end{cases}$

Прототипы задания 22

(№ 324505) Три бригады изготовили вместе 173 детали. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 3 раза больше, чем первая и на 12 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

(№ 324506) Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 4%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 2 кг высушенных фруктов?

(№ 324507) Свежие фрукты содержат 72% воды, а высушенные — 20%. Сколько сухих фруктов получится из 100 кг свежих фруктов?

(№ 324508) Имеются два сосуда, содержащие 20 и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 41% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 43% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

(№ 324509) Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?

(№ 324510) Дорога между пунктами А и В состоит из подъема и спуска, а её длина равна 19 км. Турист прошёл путь из А в В за 5 часов, из которых спуск занял 4 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 1 км/ч?

(№ 324511) Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправляются два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 6 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 162 км, скорость первого велосипедиста равна 15 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

(№ 324512) Два автомобиля отправляются в 340-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 17 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

(№ 324513) Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

(№ 324514) Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. Отдохнув, он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

(№ 324515) Два велосипедиста одновременно отправляются в 60-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

(№ 324516) Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч.

(№ 324517) Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

(№ 324518) От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 70 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 8 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно.

(№ 324519) Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 60 деталей, на 3 часа

раньше, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

(№ 324520) Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 60 литров она заполняет на 3 минуты раньше, чем вторая труба?

(№ 324521) Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

(№ 324522) Расстояние между городами А и В равно 80 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 20 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из С в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С.

(№ 324523) Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа после этого догнал первого.

(№ 324524) Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 5 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 2 км/ч меньше скорости второго.

(№ 324525) Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

(№ 324526) Баржа проплыла по течению реки 60 км и, повернув обратно, проплыла ещё 20 км, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 1 км/ч.

(№ 324527) Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь — за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроём?

(№ 324528) Смешали некоторое количество 11%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 21%-го раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

(№ 324529) Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56 км/ч, а вторую — со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

(№ 324530) Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а последние 3 часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

(№ 324531) Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

(№ 324532) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

(№ 324533) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

(№ 324534) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

(№ 324535) По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам.

Прототипы задания 23

(№ 324536) Постройте график функции $y = 1 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

(№ 324537) Постройте график функции $y = 1 - \frac{x^4+x^3}{x+x^2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком две общие точки.

(№ 324538) Постройте график функции $y = \frac{(x+5)(x^2+5x+4)}{x+4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

(№ 324539) Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

(№ 324540) Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 8$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

(№ 324541) Постройте график функции $y = \frac{(x^2-x-6)(x^2-4x-5)}{x^2-2x-3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

(№ 324542) Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & \text{если } x \geq 1, \\ 3x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324543) Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

(№ 324544) Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y=kx$ имеет с графиком функции $y=-x^2-1$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

(№ 324545) Найдите p и постройте график функции $y=x^2+p$, если известно, что прямая $y=6x$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

(№ 324546) Постройте график функции $y=\frac{(x^2+x)|x|}{x+1}$ и определите, при каких значениях t прямая $y=t$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

(№ 324547) Постройте график функции $y=\frac{(x^2-2x)|x|}{x-2}$ и определите, при каких значениях t прямая $y=t$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

(№ 324548) Постройте график функции $y=\begin{cases} x^2-4x, & \text{если } x \geq -1, \\ x+6, & \text{если } x < -1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях t прямая $y=t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324549) Постройте график функции $y=\begin{cases} 6x-x^2, & \text{если } x \geq -1, \\ -x-8, & \text{если } x < -1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях t прямая $y=t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324550) Постройте график функции $y=\frac{(x^2+9)(x-1)}{1-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

(№ 324551) Постройте график функции $y=\begin{cases} x-3, & \text{если } x < -1, \\ -1,5x+4,5, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x-7,5, & \text{если } x > 4 \end{cases}$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324552) Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4 \end{cases}$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

(№ 324553) Постройте график функции $y = \frac{4|x| - 1}{|x| - 4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

(№ 324554) Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| x - \frac{1}{x} \right| + x + \frac{1}{x} \right)$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

(№ 324555) Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 5|$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

(№ 324556) Постройте график функции $y = x^2 - 5x - 3|x - 2| + 6$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

(№ 324557) Постройте график функции $y = 4|x + 1| - x^2 - 4x - 3$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

(№ 324558) Постройте график функции $y = |x|(x - 2) - 4x$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324559) Постройте график функции $y = x|x| - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324560) Постройте график функции $y = \frac{2x + 1}{2x^2 + x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

(№ 324561) Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

Прототипы задания 24

(№ 324562) Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

(№ 324563) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC , если $BK : KA = 3 : 4$, $KM = 18$.

(№ 324564) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

(№ 324565) Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

(№ 324566) Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.

(№ 324567) Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$.

(№ 324568) Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 36$.

(№ 324569) Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 12$.

(№ 324570) Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите AB , если $BC = 44$.

(№ 324571) Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

(№ 324572) Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 8$ и $CH = 2$. Найдите высоту ромба.

(№ 324573) Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.

(№ 324574) Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.

(№ 324575) В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 5.

(№ 324576) В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 16, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

(№ 324577) Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.

(№ 324578) Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 6:7:23. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 12.

(№ 324579) Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 56° , 57° и 67° .

(№ 324580) Точка H является основанием высоты BH , проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 14$.

(№ 324581) Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 9$, $AC = 12$.

(№ 324582) Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

Прототипы задания 25

1. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.
2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
3. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
4. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.
5. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
6. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
7. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
8. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1E и ABB_1 равны.
9. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .
10. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
11. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
12. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP = DT$.
13. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
14. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну стороны от прямой AB . Докажите, что $AB \perp IJ$.

15. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся также $m:n$.
16. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.

Прототипы задания 26

(№ 324599)

В выпуклом четырёхугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырёхугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ = 12$, $SQ = 9$.

(№ 324600)

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

(№ 324601)

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 4$, $BC = 3$.

(№ 324602)

Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки, $AM = 4$ и $BM = 3$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .

(№ 324603)

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

(№ 324604)

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 4. Найдите стороны треугольника ABC .

(№ 324605)

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 10$, $MD = 6$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

(№ 324606)

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

(№ 324607)

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 12, а площадь равна 18.

(№ 324608)

В треугольнике ABC известно, что $AB = 2$, $AC = 6$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

(№ 324609)

Окружности радиусов 1 и 4 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

(№ 324610)

Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $CD = 5$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

(№ 324611)

На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC = 9$, $BC = 12$ и $CD = 6$.

(№ 324612)

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 10, 8 и 6. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

(№ 324613)

Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

(№ 324614)

Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 2.

(№ 324615)

Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

(№ 324616)

Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 3 и 4, а средняя линия равна 2,5.

(№ 324617)

Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 4$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 128° и 112° .

(№ 324618)

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 5:4, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 12$.

(№ 324619)

В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 10$.

(№ 324620)

Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 5 и 15, вписаны в угол с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

(№ 324621)

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 7$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 4.

(№ 324622)

Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 40:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 12.

(№ 324623)

В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK : KM = 4 : 1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.

(№ 324624)

Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружности, вписанной в треугольник BSP , равен 8, тангенс угла BAC равен $\frac{4}{3}$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC .

(№ 324625)

Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC относится к длине стороны AB как 9:7. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.